Г.Г. Левитас

Нестандартные задачи

по математике в 4 классе

Г.Г. Левитас

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ЧЕТВЕРТОМ КЛАССЕ

Москва
ИЛЕКСА
2016

УДК 374:51(076.1)
ББК 74.200.58+22.130
Л36

Левитас Г.Г.

Л36 Нестандартные задачи на уроках математики в четвертом классе.— М.: ИЛЕКСА, 2016,— 72 с.
ISBN 978-5-89237-087-5

Книга содержит большое количество нестандартных задач, позволяющих разнообразить методы решения и сюжеты задач на каждом уроке математики в четвертом классе. Их использование приводит к существенному развитию мышления детей.

Книга может быть использована в домашнем обучении и в старших группах детского сада.

УДК 374:51(076.1)
ББК 74.200.58–22.130

ISBN 978-5-89237-087-5

К учителю

Известно, что решение текстовых задач представляет собой большие трудности для учащихся. Известно и то, что самый первый этап — анализ текста задачи — особенно труден. Учащиеся плохо ориентируются в тексте задачи, в ее условиях и требованиях.

Текст задачи — это рассказ о некоторых жизненных фактах:

«Маша пробежала 100 м, а навстречу ей...»,

«Ученики первого класса купили 12 гвоздик, а ученики второго ...»,

«Мастер сделал за смену 20 деталей, а его ученик ...».

В тексте важно все: и действующие лица, и их действия, и числовые характеристики. При работе с математической моделью задачи (числовым выражением или уравнением) часть этих деталей опускается. Но мы именно и учим умению абстрагироваться от некоторых свойств и использовать другие.

Умение ориентироваться в тексте математической задачи — важный результат и важное условие общего развития ученика. И заниматься развитием этого умения нужно не только на уроках математики, но и на уроках чтения и изобразительного искусства: некоторые задачи — хорошие темы для рисунков; и любая задача — хорошая тема для пересказа. А если в классе есть уроки театра, то некоторые математические задачи можно инсценировать. Разумеется, все эти приемы: пересказ, рисунок, инсценировка — могут иметь место и на самих уроках математики. Итак, работа над текстами математических задач — важный элемент общего развития ребенка, элемент развивающего обучения.

Но достаточно ли для этого тех задач, которые имеются в ныне действующих учебниках и решение которых входит в обязательный минимум? Нет, недостаточно. В обязательный минимум входит умение решать задачи определенных типов:

- о числе элементов некоторого множества;
- о движении, его скорости, пути и времени;
- о цене и стоимости;
- о работе, ее времени, объеме и производительности труда.

Указанные четыре темы являются стандартными. Считается, что умение решать задачи на эти темы может научить решать задачи вообще. К сожалению, это не так. Хорошие ученики, умеющие решить практически любую задачу из учебника на перечисленные темы, часто бывают не в состоянии понять условие задачи на другую тему.

Выход заключается в том, чтобы не ограничиваться какой-либо тематикой текстовых задач, а решать и нестандартные задачи, то есть задачи, тематика которых не является сама по себе объектом изучения. Ведь не ограничиваем мы сюжеты рассказов на уроках чтения!

Нестандартные задачи нужно решать в классе ежедневно. Их можно найти в учебниках математики для 5–6 классов и в журналах «Начальная школа», «Математика в школе» и даже «Квант».

Чтобы облегчить поиск таких задач для решения на уроках в четвертом классе, мы предлагаем эту книжку. Она — продолжение аналогичных книжек для первого, второго и третьего классов. Число задач в ней таково, что можно выбрать из них задачи для каждого урока: по одной на урок. Задачи решаются дома. Но очень часто нужно разбирать их и в классе. Среди предлагаемых задач есть такие, которые сильные ученики решают моментально. Тем не менее нужно требовать и от сильных учеников достаточной аргументации, так как на легких задачах человек учится способам рассуждения, которые понадобятся при решении трудных задач. Нужно воспитывать в детях любовь к красоте логичных рассуждений и добиваться от сильных учеников подробных и понятных для других детей рассуждений.

Среди задач есть совершенно однотипные в математическом отношении. Если дети увидят это,— замечательно. Учитель может и сам показывать это. Однако, недопустимо говорить: решаем эту задачу, как ту. Дело в том, что, во-первых, не все учащиеся способны к таким аналогиям. А во-вторых, в нестандартных задачах фабула не менее важна, чем математическое содержание. Поэтому лучше подчеркивать связи между задачами со сходной фабулой.

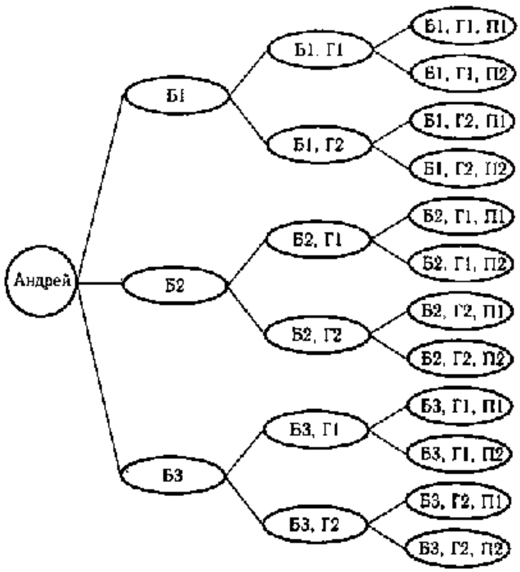
Не все задачи нужно обязательно решать (их здесь больше, чем уроков математики в учебном году). Можно также менять порядок следования задач так как в этой книге каждая задача выступает сама по себе. Видимой системы задач здесь нет.

И еще одно важное замечание. Задачи рассчитаны на детей, решавших в 1–3 классах нестандартные задачи. Если Ваши ученики таких задач не решали, то, возможно, задачи из этой книжки покажутся им трудными. В этом случае советую начать с задач из предыдущих книжек (для 1, 2 и 3 классов).

ЗАДАЧИ

Задача 1. *Сколько разных нарядных костюмов у Андрея, если у него три пары нарядных брюк, два нарядных пиджака и два нарядных галстука и все эти предметы подходят друг к другу?*

К любой паре брюк можно подобрать любой из двух пиджаков и любой из двух галстуков. То есть к любой паре брюк можно подобрать четыре варианта «пиджак + галстук». А так как пар брюк имеется 3, то всего нарядных костюмов 12. Желательно начертить на доске такое дерево возможностей:



Ответ: 12.

Задача 2. *Как тремя взвешиваниями на чашечных весах без гирь найти одну фальшивую (более легкую) монету из 20 монет?*

Разделим монеты на три группы: 9, 9 и 2 монеты. Первое взвешивание — сравниваем вес первых двух групп. Если они одинаковы, то фальшивая монета среди двух монет третьей группы, и мы вторым взвешиванием сравниваем их между собой. Та, которая легче,— фальшивая. Если в первом взвешивании одна из групп окажется легче, то фальшивая монета в ней. Делим эту группу на три группы по три монеты. Вторым взвешиванием устанавливаем, которая из этих трех групп легче, а третьим взвешиванием находим легкую монету в этой тройке.

Задача 3. *Продолжи последовательность: 8, 6, 10, 6, 12, 6, ...*

Возможно такое решение: все четные члены последовательности равны 6, а все нечетные получаются прибавлением числа 2 к предыдущему нечетному члену.

Ответ: 8, 6, 10, 6, 12, 6, 14, 6, 16, 6, ...

Задача 4. *Разгадай ребус: 5* + **3 = **01.*

Достаточно записать пример в столбик, и решение будет очевидным.

Ответ: 58 + 943 = 1001.

Задача 5. *В одной бочке находится 50 л жидкого дегтя, в другой — 50 л жидкого меда. Ложку дегтя переливают в бочку меда, а потом ложку полученной смеси переливают в бочку дегтя. Чего стало больше: меда в дегте или дегтя в меде?*

Это задача на тему поговорки «Ложкой дегтя можно испортить бочку меда». Но интересна она не этим, а тем, что даже взрослые люди часто дают на нее неверный ответ: дегтя в меде больше, так как дегтя перелили целую ложку, а меда перелили не целую ложку (ложку, в которой был также и деготь). После того, как будут выслушаны разные ответы, нужно дать такое решение задачи.

В результате переливаний в бочке с дегтем оказалось x мл меда. Так как всего в ней 50 000 мл, то дегтя в ней $(50\,000 - x)$ мл. Во второй бочке осталось поэтому $(50\,000 - x)$ мл меда. Значит, дегтя в ней тоже x мл.

Надо сопроводить решение таким рисунком:

Довод в пользу неверного ответа, который казался таким убедительным, теперь легко опровергнуть: во время второго переливания часть дегтя вернули обратно.

Ответ: Поровну.

Задача 6. *В двух кучах лежат камни. Двое играющих по очереди берут из любой кучи произвольное число камней. Выигрывает тот, кто возьмет последний камень. Тебе разрешается начать игру или предоставить партнеру право первого хода. Как ты будешь играть?*

Суть игры в том, чтобы уравнивать число камней в кучах. Если один игрок уравняет их, то другой обязательно нарушит это равенство, и т.д.

Число камней все время убывает, и когда-нибудь игрок, уравнивающий число камней в кучах, доведет это равенство до 0—0, то есть выиграет.

Отметим, что очень желательно организовать эту игру. Камни для этого иметь необязательно. Можно просто написать на доске:

1-я куча	2-я куча	или	1-я куча	2-я куча
17	25		10	10

В первом случае надо начинать первым, забирая из второй кучи 8 камней (уравнивая кучи). Во втором случае надо предоставить первый ход противнику и каждым своим ходом уравнивать кучи.

Ответ: Если число камней в кучах одинаково, нужно предоставить первый ход партнеру, а если неодинаково,— начать игру, уравнивая число камней в кучах.

Задача 7. *Шифром Юлия Цезаря по правилу «прибавь четыре» зашифруй фразу «век живи — век учись».*

Как мы писали в аналогичной книге для третьеклассников, шифр Юлия Цезаря состоит в следующем. Алфавит пишется по кругу (за буквой *я* следует буква *а*), и каждая буква шифруемой фразы заменяется другой, следующей за ней (или перед ней) на определенное число букв. Шифр «прибавь четыре» означает, что каждую букву фразы «век живи — век учись» нужно заменять четвертой от нее буквой:

Ответ: Ёио кмём — ёио чымха.

Задача 8. *Известно, что* $a + b = 7$. *Чему равно* $(a + 8) + b$?

Задачу можно изложить, например, так. У Вовы в двух карманах было 7 рублей. Он положил в левый карман еще 8 рублей. Сколько теперь у него денег в обоих карманах?

Ответ: 15.

Задача 9. *Переложи одну спичку, чтобы равенство:*

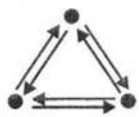
стало верным (это можно сделать двумя способами).

Надо воспользоваться тем, что в римской нумерации XI — это 11, а IX — это 9.

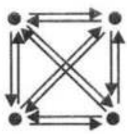
Ответ:

Задача 10. *Друзья при прощании обменялись фотографиями. Фотографий понадобилось 20. Сколько было друзей?*

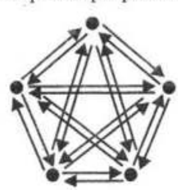
Решение осуществим подбором. Если бы друзей было двое, то фотографий понадобилось бы всего две. Если бы их было трое, то понадобилось бы шесть фотографий, как это видно из рисунка:



Если друзей четверо, то из следующего рисунка видно, что фотографий нужно 12:



А если друзей пятеро, то фотографий нужно 20:



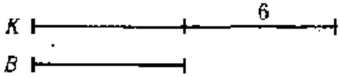
Можно рассуждать и более квалифицированно: каждый должен подарить на одну фотографию меньше, чем всего имеется друзей. Произведение двух последовательных чисел равно 20, если большее из чисел равно 5.

Ответ: 5.

Задача 11. *У Кати вдвое больше пятерок, чем у Вовы, а у него на 6 пятерок меньше, чем у Кати. Сколько пятерок у Вовы?*

Эту задачу можно решить арифметически, а можно с помощью уравнения. Если в классе есть дети, которые могут сразу решить эту задачу, нужно попросить их придумать, как объяснить решение остальным. Это относится и к арифметическому, и к алгебраическому решению.

Арифметическое решение подсказывается рисунком:



Сразу видно, что у Вовы 6 пятерок, а у Кати их 12.

Может показаться, что если задача решается так просто, то это значит, что не нужно ее решать другим способом. Однако, именно на легких задачах можно научиться новому методу решения. Данная задача очень для этого удобна. Мы вызываем к доске ученика и просим начать записывать уравнение. Что можно записать? Конечно, знак равенства:

$$=$$

Этим самым начат поиск следующих шагов: что чему равно в данной задаче? Может быть, что-то равно 6? Дописываем:

$$= 6.$$

Многие догадаются, что шести равна разность числа Катиных и числа Вовиных пятерок. И мы так и запишем:

(число Катиных пятерок) − (число Вовиных пятерок) = 6.

Получилось уравнение. Но в нем слишком много неизвестных — два. Хорошо бы выразить их через одно неизвестное x. Кстати, вспоминаем, что спрашивается в задаче. И приходим к мысли обозначить через x именно эту величину — число Вовиных пятерок. Тогда:

(число Катиных пятерок) − $x = 6$.

Теперь уже многие догадаются, что число Катиных пятерок равно $2x$, и уравнение примет вид:

$$2x - x = 6.$$

Ответ: 6.

Задача 12. *Эту фигуру:*

нужно обвести карандашом, не отрывая его от бумаги и не проводя никакую линию дважды.

Решение очевидно. Начинать обводку можно с любой точки.

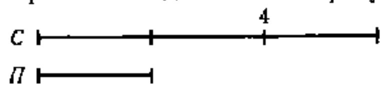
Задача 13. *Известно, что $a + b = 12$. Чему равно $a + (b + 5)$?*

Надо попросить детей придумать текст задачи на эту тему (см., например, задачу 8).

Ответ: 17.

Задача 14. *У Саши втрое больше марок с портретами русских писателей, чем у Пети, а у Пети на 4 таких марки меньше, чем у Саши. Сколько таких марок у Пети?*

Арифметическое решение подсказывается рисунком:



Сразу видно, что у Саши 6 таких марок, а у Пети их 2.

Алгебраическое решение начинаем с записи знака равенства:

$$=$$

Но что чему равно в данной задаче? Может быть, что-то равно 4? Дописываем:

$$= 4.$$

Многие догадаются, что четырем равна разность числа Сашиных и числа Петиных марок:

$$(\text{число Сашиных марок}) - (\text{число Петиных марок}) = 4.$$

Получилось уравнение с двумя неизвестными. Выразим эти неизвестные через один и тот же x. Обозначим через x ту величину, о которой спрашивается в задаче: x — число Петиных марок. Получается, что

$$(\text{число Сашиных марок}) - x = 4.$$

Теперь уже многие догадаются, что число Сашиных марок равно $3x$, и уравнение примет вид:

$$3x - x = 6.$$

Ответ: 3.

Задача 15. *Эту фигуру:*

нужно обвести карандашом, не отрывая его от бумаги и не проводя никакую линию дважды.

Решение очевидно. Начинать обводку можно с любой точки.

Задача 16. *Из надписи 1234567891011121314151617181920 вычеркни 21 цифру, не меняя порядка цифр, чтобы оставшееся число было а) возможно большим; б) возможно маленьким.*

Всего в надписи 31 цифра. Нужно оставить из них $31 - 21 = 10$ цифр.

а) Чтобы число было наибольшим, нужно сделать его старшие цифры наибольшими. Первой сделаем цифру 9, вычеркнув первые восемь цифр: 910111213141516171819 20. Сделать второй цифрой 9 нам не удастся, так как тогда останется такое число: 9920, а нам нужно число десятизначное. Не удастся сделать второй цифрой и 8, и 7, а вот 6 можно сделать второй цифрой, вычеркнув 13 цифр. Остальные цифры останутся невычеркнутыми.

Ответ: 9617181920.

б) Чтобы число было наименьшим, нужно сделать его старшие цифры наименьшими. Первой сделаем цифру 1, второй — 0, вычеркнув девять цифр: 1011121314151617181920. Сделать третьей цифрой 0 нам не удастся, не удастся вообще использовать нуль не в качестве последней цифры. Поэтому используем единицы в качестве следующих семи цифр

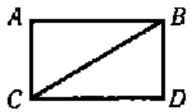
Ответ: 1011111110.

Задача 17. *Известно, что* $a + b = 70$. *Чему равно* $(a - 3) + b$?

Надо попросить детей придумать текст задачи на эту тему.

Ответ: 67.

Задача 18. *Эту фигуру:*



нужно обвести карандашом, не отрывая его от бумаги и не проводя никакую линию дважды. Из какой точки можно начать обводку?

Попытка обвести фигуру, начиная, например, с точки A, не приведет к цели. Начав с точки B или точки C, мы можем решить задачу. Все дело в том, что из точки B ведут три пути и из точки C — тоже три. Если выйти из точки A, то точку B придется проходить так: войти в нее по первому пути, выйти по второму, войти по третьему, и уже не выйти из нее, так как больше путей нет, а дважды проходить один и тот же путь нельзя. То есть, если начать из точки A, то в точке B нужно завершить обход фигуры. То же самое можно сказать и о точке C: ее тоже нельзя пройти, и если начать движение из точки A, то заканчивается обход в точке C. Однако мы не можем завершить обход в двух разных точках: в B и C.

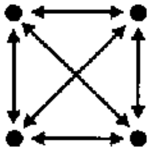
Если же начать путь из точки B, то можно завершить его в точке C. А если начать путь из точки C, то можно завершить его в точке B.

Ответ: Из точки B или из точки C.

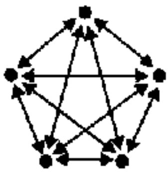
Задача 19. *Друзья при встрече обменялись рукопожатиями. Рукопожатий было 15. Сколько было друзей?*

Решение осуществим подбором. Если бы друзей было двое, то рукопожатие было бы всего одно. Если бы их было трое, то рукопожатий было бы три, как это видно из рисунка:

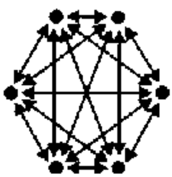
Если друзей четверо, то из второго рисунка видно, что рукопожатий было бы 6:



Если друзей пятеро, то рукопожатий 10:



А если их шестеро, то рукопожатий 15:

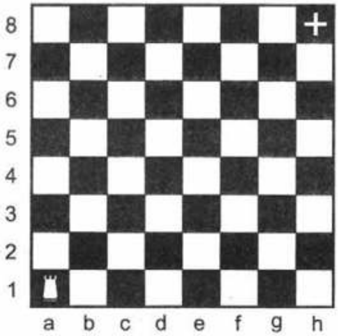


Ответ: 6.

Задача 20. *Известно, что $a + b = 24$. Чему равно $(a + 7) + (b - 2)$?* Надо попросить детей придумать текст задачи на эту тему.
Ответ: 29.

Задача 21. *В левом нижнем углу шахматной доски (на поле a1) стоит ладья. Два игрока по очереди ходят ею на любое число полей вправо или вверх. Побеждает тот, кто попадет ладьей в правый верхний угол доски (на поле h8). Тебе разрешается начать игру или предоставить партнеру право первого хода. Как ты будешь играть?*

Суть игры в том, чтобы ходить ладьей на диагональ $a1-h8$. Если один игрок сделает это, то другой обязательно уйдет с этой диагонали. И рано или поздно игрок, ставящий ладью на эту диагональ, поставит ее на поле $h8$, то есть выиграет.

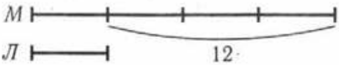


Ответ: Нужно предоставить первый ход партнеру и каждым своим ходом возвращать ладью на диагональ $a1-h8$.

Отметим, что очень желательно организовать эту игру. Шахматы для этого иметь необязательно, а вот доску, разлинованную в клетку, иметь полезно. На такой доске мгновенно рисуется шахматная доска и отмечаются точками положения ладьи после каждого хода.

Задача 22. *У Милы вчетверо больше кукол, чем у Лены, а у Лены на 12 кукол меньше, чем у Милы. Сколько кукол у Милы?*

Арифметическое решение подсказывается рисунком:



Сразу видно, что у Милы 16 кукол, а у Лены их 4.

Алгебраическое решение начинаем с записи знака равенства:

$$=$$

Но что чему равно в данной задаче? Может быть, что-то равно 12? Дописываем:

$$= 12.$$

Многие догадаются, что двенадцати равна разность числа кукол Милы и Лены:

$$(\text{число кукол Милы}) - (\text{число кукол Лены}) = 12.$$

Получилось уравнение с двумя неизвестными. Выразим эти неизвестные через один и тот же x. Обозначать через x ту величину, о которой спрашивается в задаче, было бы неудобно: у Милы кукол больше, чем у Лены, и пришлось бы x делить на 4. Поэтому обозначим через x число кукол Лены: x — число кукол у Лены. Получается, что

$$(\text{число кукол Милы}) - x = 12.$$

Теперь уже многие догадаются, что число кукол Милы равно $4x$, и уравнение примет вид:

$$4x - x = 12.$$

Ответ: 16.

Задача 23. *В клетке сидят две змеи одинаковой толщины. Одна из них длинная, другая — короткая. Придумайте такой лаз из клетки, чтобы короткая змея могла через него выбраться из клетки, а длинная — не могла.*

Ответ: Лаз должен пересекать сам себя, имея форму петли. Тогда короткая змея пролезет через него, а длинная запрёт сама себя.

Задача 24. *Разгадай ребус:*

$$\begin{array}{r}\times\begin{array}{r}23{\ast}{\ast}85\\ {\ast}{\ast}{\ast}5\end{array}\\ \hline {\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}2{\ast}\\ +\begin{array}{r}{\ast}347{\ast}{\ast}\\ {\ast}{\ast}9570\\ 704{\ast}{\ast}{\ast}\end{array}\\ \hline 7{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}\end{array}$$

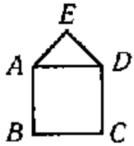
Последовательность решения может быть такой:

$$\begin{array}{r}\times\begin{array}{r}23{\ast}{\ast}85\\ {\ast}{\ast}{\ast}5\end{array}\\ \hline {\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}25\\ +\begin{array}{r}{\ast}347{\ast}{\ast}\\ {\ast}{\ast}9570\\ 704{\ast}{\ast}{\ast}\end{array}\\ \hline 7{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}5\end{array} \qquad \begin{array}{r}\times\begin{array}{r}23{\ast}{\ast}85\\ 3{\ast}{\ast}5\end{array}\\ \hline {\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}25\\ +\begin{array}{r}{\ast}347{\ast}{\ast}\\ {\ast}{\ast}9570\\ 704{\ast}{\ast}{\ast}\end{array}\\ \hline 7{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}5\end{array} \qquad \begin{array}{r}\times\begin{array}{r}23{\ast}{\ast}85\\ 3{\ast}15\end{array}\\ \hline {\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}25\\ +\begin{array}{r}{\ast}347{\ast}{\ast}\\ {\ast}{\ast}9570\\ 704{\ast}55\end{array}\\ \hline 7{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}5\end{array} \qquad \begin{array}{r}\times\begin{array}{r}234785\\ 3{\ast}15\end{array}\\ \hline {\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}25\\ +\begin{array}{r}234785\\ {\ast}{\ast}9570\\ 704{\ast}55\end{array}\\ \hline 7{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}{\ast}75\end{array}$$

$$\begin{array}{r}\times\begin{array}{r}234785\\ 3215\end{array}\\ \hline 1173925\\ +\begin{array}{r}234785\\ 469570\\ 704355\end{array}\\ \hline 754833775\end{array}$$

Ответ: $234785 \cdot 3215 = 754833775$.

Задача 25. *Эту фигуру:*



нужно обвести карандашом, не отрывая его от бумаги и не проводя никакую линию дважды. Из какой точки можно начать обводку?

Начинать можно из точки, в которой сходится нечетное число путей.

Ответ: Из точки A или из точки D.

Задача 26. *Известно, что $a + b = 14$. Чему равно $(a + 7) + (b - 7)$?*

Надо попросить детей придумать текст задачи на эту тему.

Ответ: 14.

Задача 27. *Бригада из пяти плотников и одного столяра выполнила работу. Плотники получили за нее по 200 рублей, а столяр — на 30 рублей больше среднего заработка бригады. Сколько получил за работу столяр?*

Конечно, можно решить эту задачу с помощью уравнения:

$$\frac{x + 5 \cdot 200}{6} + 30 = x,$$

$$x + 1000 + 180 = 6x,$$

$$5x = 1180,$$

$$x = 236.$$

Но гораздо лучше эту задачу оживить таким, например, рассказом.

Пятеро плотников и один столяр выполнили работу по остеклению большого балкона. Когда они показали работу хозяину, он остался очень доволен и дал им за это деньги. Работники сосчитали деньги и увидели, что сумма делится на шесть. Они разделили деньги поровну. Но тут один из плотников сказал: «Так несправедливо. Столяр выполнил более важную работу, чем мы, плотники. Так что нужно и денег дать ему больше. Дадим ему больше на 30 рублей». Все согласились. Плотники собрали 30 рублей и отдали их столяру. После этого нужно попросить пересказать всю эту историю. А затем пусть дети ответят на вопросы:

1) Можно ли считать, что вначале столяр и плотники получили средний заработок? (Да, так как вначале деньги разделили поровну)

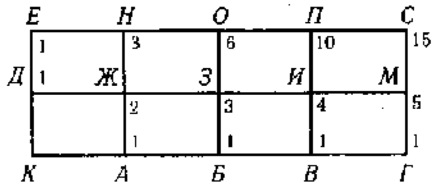
2) Сколько денег собрали затем с каждого плотника?
(30 руб. : 5 = 6 руб.)

3) Сколько денег имел каждый член бригады первоначально?
(200 руб. + 6 руб. = 206 руб.)

4) Сколько денег получил столяр в результате? (206 р + 30 р = 236 р)

Ответ: Столяр заработал 236 рублей.

Задача 28. *Сколько путей ведет из домика Кенги в домик Совы по этим дорожкам?*



Из точки *К* в точку *А* ведет один путь. Точно то же можно сказать о точках *Б*, *В*, *Г*, *Д* и *Е*. В точку *Ж* ведут из *К* два пути: один через точку *А*, другой — через *Д*. В точку *Н* ведут 3 пути, один — через точку *Е* и два — через точку *Ж*. В точку *З* ведут три пути, в точку *О* — 6 путей, в точку *И* — 4 пути, в точку *М* — 5 путей, в точку *П* — 10 путей. В точку *С* ведет 15 путей.

Ответ: 15.

Задача 29. *Сколькими взвешиваниями на чашечных весах без гирь можно найти одну (более легкую) монету из 25 монет?*

Ответ: Тремя, так как число монет больше 9, но не больше 27.

Задача 30. *Бригада из шести плотников и одного столяра выполнила работу. Плотники получили за нее по 200 рублей, а столяр — на 30 рублей больше среднего заработка бригады. Сколько получил за работу столяр?*

Задача решается точно так же, как и задача 27. Ее можно использовать, чтобы убедиться, что дети поняли решение задачи 27.

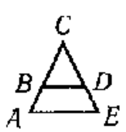
Ответ: Столяр заработал 235 рублей.

Задача 31. *Шифром Юлия Цезаря по правилу «прибавь два» расшифруй фразу «ргонглъг ж росв бпд нгогрюср».*

Заменяем каждую букву той, которая идет за ней второй по алфавиту.

Ответ: Терпенье и труд всё перетрут.

Задача 32. *Эту фигуру:*



нужно обвести карандашом, не отрывая его от бумаги и не проводя никакую линию дважды. Из какой точки можно начать обводку?

Начинать можно из точки, в которой сходится нечетное число путей.

Ответ: Из точки *B* или из точки *D*.

Задача 33. *Продолжи последовательность: 1, 2, 3, 10, 20, 30, 100, 200, 300, ...*

Каждая тройка членов — это числа вида 1, 2, 3 с одинаковым, каждый раз увеличивающимся на один, числом нулей на конце.

Ответ: 1, 2, 3, 10, 20, 30, 100, 200, 300, 1000, 2000, 3000, 10000, 20000, 30000,...

Задача 34. *Комиссия из трех человек работает над документами, хранящимися в сейфе. Сколько нужно установить на сейфе разных замков и как распределить ключи от них, чтобы никакой член этой комиссии не мог один открыть сейф, но любые два члена комиссии могли это сделать?*

Нужно добиться, чтобы ни один человек не мог сам открыть сейф, но любой подошедший к нему второй человек мог бы помочь ему это сделать. Для этого требуется, чтобы каждый не мог открыть одного замка, который открывает каждый из двух его товарищей. Не дадим первому ключа от одного замка, второму — ключа от другого замка, третьему — ключа еще от одного замка. Тогда хватит трех замков. (Полезно устроить инсценировку с ключами, нарисовав сейф и замки на доске).

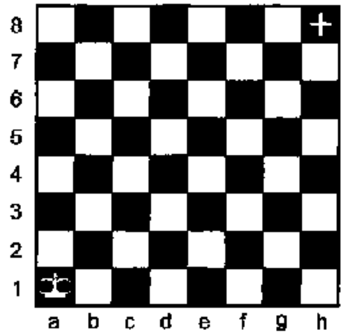
Ответ: 3 замка, причем

1-й человек не имеет ключа от замка № 1, но имеет ключи от замков № 2 и № 3,

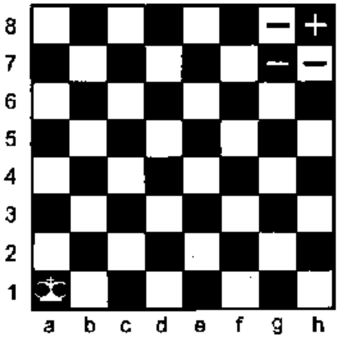
2-й человек не имеет ключа от замка № 2, но имеет ключи от замков № 1 и № 3,

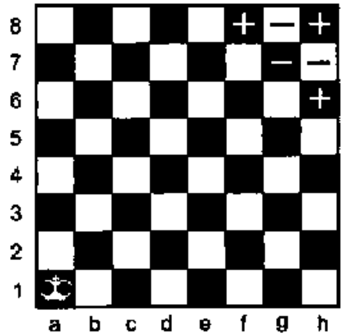
3-й человек не имеет ключа от замка № 3, но имеет ключи от замков № 1 и № 2.

Задача 35. *В левом нижнем углу шахматной доски 8x8 стоит король. Два игрока по очереди ходят им на одно поле вправо, вверх или вправо-вверх по диагонали. Побеждает тот, кто попадет королем в правый верхний угол доски. Тебе разрешается начать игру или предоставить партнеру право первого хода. Как ты будешь играть?*

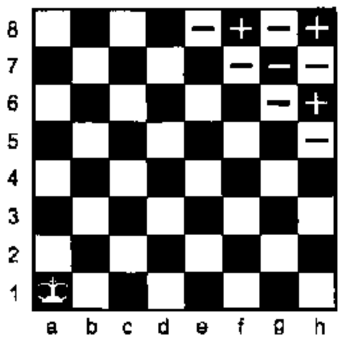


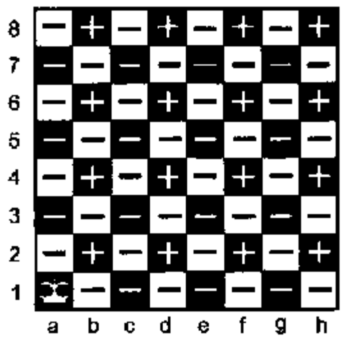
Суть игры в том, чтобы ходить королем на выгодные поля и не ходить на невыгодные. Изучим с этой точки зрения шахматную доску.





Поле *h8* — выгодное. Значит, поля *g8*, *g7*, *h7* — невыгодные (если вы попадете своим ходом на одно из них, противник немедленно пойдет на *h8*. Значит, поля *f8* и *h6* — выгодные (если вы попадете своим ходом на одно из них, противник с них попадет только на невыгодное поле). Рассуждая таким образом, можно последовательно разметить всю доску, ставя плюс в выгодные поля и минус в невыгодные.





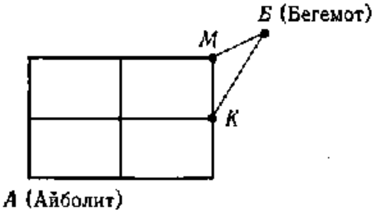
Ответ: Нужно начинать первым, ходить первым ходом на *b2*, а затем ходить на поля, отмеченные плюсами (это черные поля, стоящие в четных горизонталях и четных вертикалях шахматной доски). Отметим, что очень желательно организовать эту игру. Шахматы для этого иметь необязательно, а вот доску, разлинованную в клетку, иметь полезно. На такой доске мгновенно рисуется шахматная доска и отмечаются точками положения короля после каждого хода.

Задача 36. *Известно, что $a - b = 9$. Чему равно $(a + 7) - b$?*

Надо попросить детей придумать сюжет задачи на эту тему.

Ответ: 16.

Задача 37. *Доктор Айболит должен попасть к больному Бегемоту. Сколько существует кратчайших путей из точки А в точку Б на этом рисунке?*



В точку K Айболит может попасть тремя способами, а значит, он может прибыть к Бегемоту через точку K тремя способами. Через точку M он может прибыть к Бегемоту шестью способами. Итог: из точки A в точку $Б$ ведут девять путей.

Ответ: 9.

Задача 38. *Трое соревновались, кто из них самый сообразительный. Они обратились за решением спора к мудрецу. Тот показал им пять колпаков: три белых и два черных. Он завязал им глаза и надел на каждого по белому колпаку, а черные колпаки спрятал. Затем он развязал им глаза и сказал: «Кто из вас первым догадается, какого цвета на нем колпак, тот самый сообразительный.» Как можно об этом догадаться, видя белые колпаки на других, но не видя своего колпака?*

Можно рассуждать так. Я вижу два белых колпака. На мне может быть белый или черный. Если бы на мне был черный колпак, то второй человек видел бы один белый колпак и один черный. Он думал бы, что если на нем черный колпак, то третий должен сразу сказать, что на нем белый: ведь черных колпаков всего два. Но третий не говорит, что на нем белый колпак, значит,— думал бы второй,— на мне белый. Но поскольку второй молчит, то он не видит на мне черного колпака. Значит, на мне белый.

Ответ: Потому, что другие молчат.

Задача 39. *Если Андреев даст Петрову 300 руб., то у них будет поровну. На сколько у Андреева денег больше, чем у Петрова?*

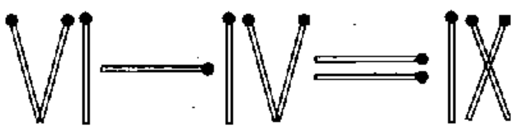
Ответ: На 600 рублей.

Задача 40. *Известно, что* $a - b = 11$. *Чему равно* $a - (b + 5)$?
Надо попросить детей придумать сюжет задачи на эту тему.
Ответ: 6.

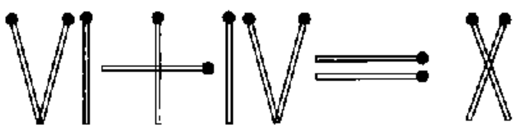
Задача 41. *Турнир по волейболу проводится по необычным правилам. Команда А считается превосходящей команду В в двух случаях: если она победила команду В в личной встрече или если она победила команду С, победившую команду В (ничьих в волейболе не бывает). Чемпионом объявляется команда, превосходящая все другие команды. Докажите, что в этом турнире могут оказаться три чемпиона.*

Представим себе, что в таком турнире три команды обыграли всех остальных, а между собой сыграли так: первая обыграла вторую, вторая обыграла третью, а третья обыграла первую. Тогда каждая из них превосходит все остальные команды. Например, вторая превосходит третью, так как обыграла ее, но превосходит и первую, так как третья команда обыграла первую, вторая превосходит все остальные команды, так как обыграла их.

Задача 42. *Переложи одну спичку, чтобы равенство стало верным:*



Ответ:



Задача 43. *В понедельник журналист получил гонорар за статью. Во вторник он истратил половину этого гонорара, а в среду получил еще 2000 руб. за другую статью, после чего у него осталось еще 4000 руб. Каков был гонорар за первую статью?*

Остановимся здесь на алгебраическом решении. Будем создавать уравнение по этапам:

=

= 4000;

(первый гонорар) − (половина первого гонорара) + (второй гонорар) =
= 4000;

(первый гонорар) − (половина первого гонорара) + 2000 = 4000;

x — половина первого гонорара;

$2x$ — первый гонорар;

$$2x - x + 2000 = 4000.$$

Ответ: 4000 рублей.

Задача 44. *Сколькими взвешиваниями на чашечных весах без гирь можно найти одну (более тяжелую) монету из 60 монет?*

Четырьмя, так как число монет больше 27, но не больше 81.

Задача 45. *Разгадай ребус:*

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r} 23* \\ 5*4 \end{array} \\ \hline +\begin{array}{r} *** \\ ***0 \end{array} \\ \hline *****4 \end{array}$$

Сразу видно, что последняя цифра третьей строки — 4 и что средняя цифра второй строки — 0:

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r} 23* \\ 504 \end{array} \\ \hline +\begin{array}{r} **4 \\ ***0 \end{array} \\ \hline *****4 \end{array}$$

Первый множитель оканчивается либо цифрой 1, либо цифрой 6, так как умножение ее на 4 дает 4 на конце. Но умножение первого множителя на 5 дает число с нулем на конце. Поэтому первый множитель оканчивается на 6.

Ответ: $236 \cdot 504 = 118944$.

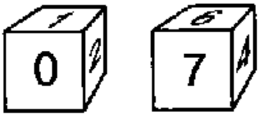
Задача 46. *Сколько существует трехзначных чисел с цифрами от 1 до 5?*

На первое место можно поставить любую из пяти цифр. На второе — тоже любую из пяти цифр. Значит, первые два места можно заполнить $5 \cdot 5 = 25$ способами. В любом из этих случаев можно на третье место поставить любую из пяти цифр. Поэтому всего таких чисел $25 \cdot 5 = 125$ чисел.

Ответ: 125.

Заметим, что если эта задача учащимся трудна, можно заменить в ней данные, дав задачу в такой, например, редакции: Сколько существует трехзначных чисел с цифрами от 1 до 3? Тогда ответ 27, и все числа можно выписать: 111, 112, 113, 121, 122, 123 и т.д.

Задача 47. *Этими кубиками написано число 7:*



Какие числа надо написать на гранях двух кубиков, чтобы получился календарь, то есть чтобы можно было писать кубиками все числа от 01 до 31?

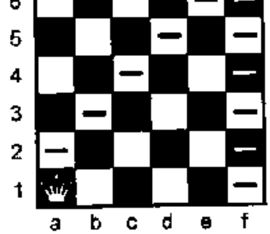
Цифру 1 надо иметь на обоих кубиках, чтобы писать 11. Точно так же нужно иметь на обоих кубиках 2, чтобы писать 22. На обоих кубиках нужен и нуль, чтобы писать 01, 02, ..., 09. Из 12 граней двух кубиков остаются свободными 6 граней, на которых надо разместить 7 цифр: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 . Задача кажется неразрешимой. Однако, нам не нужна девятка: ее заменяет перевернутая шестерка

Ответ: На одном кубике надо написать 0, 1, 2, 3, 4 и 5, на другом 0, 1, 2, 6, 7 и 8.

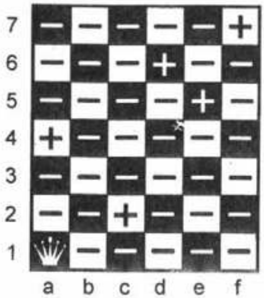
Задача 48. *В левом нижнем углу доски 6х7 стоит ферзь. Два игрока по очереди ходят им на любое число полей вправо, вверх или вправо-вверх по диагонали. Побеждает тот, кто попадет ферзем в правый верхний угол доски. Тебе разрешается начать игру или предоставить партнеру право первого хода. Как ты будешь играть?*

Суть игры в том, чтобы ходить ферзем на выгодные поля и не ходить на невыгодные. Изучим с этой точки зрения нашу доску.

Поле *f7* — выгодное. Значит, поля, отмеченные знаком минус на рисунке — невыгодные (если мы попадем своим ходом на одно из них, противник немедленно пойдет на *f7*:



Значит, поля $d6$ и $e5$ — выгодные (если мы попадем своим ходом на одно из них, противник с него попадет только на невыгодное поле). Рассуждая таким образом, можно последовательно разметить всю доску, ставя плюс в выгодные поля и минус в невыгодные.



Ответ: Нужно начинать первым, ходить первым ходом на $a4$ или $e5$.

Задача 49. *Продолжи последовательность: 10, 200, 3000, ...*

Каждое следующее число последовательности получается из предыдущего увеличением на 1 первой цифры и увеличением на единицу числа нулей.

Ответ: 10, 200, 3000, 40000, 500000, ...

Задача 50. *Если считать этаж, на котором живет Катя, сверху, то получится вшестеро больше, чем если считать снизу. На каком этаже живет Катя, если в ее доме больше 10 и меньше 20 этажей?*

Так как в доме меньше 20 этажей, то сверху можно насчитать либо 6, либо 12, либо 18 этажей (ведь это число делится на 6). Если сверху насчитывается 6 этажей, то снизу 1 этаж, и этажей в доме меньше 10, что противоречит условию. Если сверху 12 этажей, то снизу 2, то есть Катя живет на втором этаже, а над ней еще 11 этажей, и вместе это больше 10 и меньше 20, что соответствует условию. Наконец, если сверху 18 этажей, то снизу 3 этажа, Катя живет на 3 этаже, а над ней еще 17 этажей, то есть всего в доме 20 этажей, что противоречит условию.

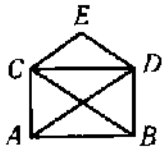
Ответ: На третьем.

Задача 51. *Известно, что $a - b = 29$. Чему равно $(a - 3) - b$?*

Надо попросить детей придумать сюжет задачи на эту тему.

Ответ: 26.

Задача 52. *Эту фигуру нужно обвести карандашом, не отрывая его от бумаги и не проводя никакую линию дважды:*



С какой точки можно начать обводку?

Начинать можно из точки, в которой сходится нечетное число путей.

Ответ: С точки A или точки B.

Задача 53. *Два велосипедиста выехали навстречу друг другу из пунктов, находящихся друг от друга на расстоянии 20 км. Скорость каждого велосипедиста 10 км/час. Одновременно вместе с первым выбежала собака. Собака бегала между велосипедистами: добежав до второго, она возвращалась к первому, потом опять ко второму и так далее до тех пор, пока они не встретились. Сколько пробежала собака, если ее скорость равнялась 20 км/ч?*

Иногда начинают высчитывать, сколько пробежала собака до второго велосипедиста, потом — сколько до первого и так далее. А все очень просто. Велосипедисты ехали до встречи ровно час, и столько же времени бегала собака со скоростью 20 км/ч.

Ответ: 20 км.

Задача 54. *Докажи, что эту фигуру:*

нельзя обвести карандашом, не отрывая его от бумаги и не проводя никакую линию дважды.

На фигуре больше двух точек, в которых сходится нечетное число путей. Поэтому нельзя начать обводку в одной из них и закончить в другой. Придется проходить через третью точку, что невозможно.

Задача 55. *Сколько существует трехзначных чисел с неповторяющимися цифрами от 1 до 5?*

На первое место можно поставить любую из пяти цифр. На второе — любую из оставшихся четырех цифр. Значит, первые два места можно заполнить $5 \cdot 4 = 20$ способами. В любом из этих случаев можно на третье место поставить любую из трех оставшихся цифр. Поэтому всего таких чисел $20 \cdot 3 = 60$ чисел.

Ответ: 60.

Заметим, что если эта задача учащимся трудна, можно заменить в ней данные, дав задачу в такой, например, редакции: Сколько существует трехзначных чисел с неповторяющимися цифрами от 1 до 4? Тогда ответ 24, и все числа можно выписать: 123, 124, 132, 134, 142, 143 и т.д.

Задача 56. *Расшифруй фразу, зашифрованную шифром Юлия Цезаря, если известно, что буква Ё в ней шифруется, как Е: «пимомбмамоию росвлю гг лг ащбмаможръ».*

В этой фразе есть слово *«гг»*. В русском языке таких слов, состоящих из одинаковых букв, нет. Однако, если *е* и *ё* обозначаются одинаково, то *«гг»* может обозначать слово *«её»*. Это и дает нам в руки отгадку: *г* расшифровывается как *е*, то есть расшифровка идет по правилу «прибавь два».

Ответ: «Скороговорка трудна, её не выговорить».

Задача 57. *В каком числе столько же цифр, сколько букв?*

Нужно понять условие. Для этого нужно спросить, годится ли в качестве ответа число 1. В нем одна цифра, а букв четыре: *о, д, и, н*. Точно так же не годится число 2 и вообще никакое однозначное число. А какое число годится,— пусть дети подумают сами.

Ответ: 100 и 1000000.

Задача 58. *Известно, что* $a - b = 21$. *Чему равно* $(a + 7) - (b - 4)$?

Надо попросить детей придумать текст задачи на эту тему.

Ответ: 32.

Задача 59. *В понедельник Андреев заработал вдвое больше Петрова. Во вторник Андреев истратил 100 руб., а Петров заработал еще 200 руб. После этого у них оказалось денег поровну. Сколько заработал каждый из них в понедельник?*

Остановимся здесь на алгебраическом решении. Будем создавать уравнение по этапам:

=

(осталось у Андреева) = (осталось у Петрова);

(Заработок Андреева в понедельник) − 100 = (Заработок Петрова в понедельник) + 200;

x — заработок Петрова в понедельник;

$$2x \text{ — заработок Андреева в понедельник;}$$
$$2x - 100 = x + 200;$$
$$x = 300.$$

Ответ: Андреев — 600 руб, Петров — 300 руб.

Задача 60. *Среди 2001 монеты одна фальшивая. Как в два взвешивания на чашечных весах без гирь определить, легче эта монета или тяжелее, чем настоящая?*

Первым взвешиванием сравним тысячу монет с другой тысячей монет. Если весы уравновесятся, фальшивая монета — та, которая не попала на весы. Тогда вторым взвешиванием узнаем, тяжелее она или легче любой другой монеты. Если же весы не уравновесятся, то возьмем, например, более легкую тысячу монет и вторым взвешиванием сравним ее половины. Если они уравнялись, то фальшивая монета среди более тяжелой тысячи, то есть фальшивая монета тяжелее настоящей. А если не уравнялись, то фальшивая монета среди более легкой тысячи, то есть она легче, чем настоящая.

Задача 61. *В каком числе столько же единиц, сколько букв?*

Нужно понять условие. Для этого нужно спросить, годится ли в качестве ответа число 1. В нем одна единица, а букв четыре: *о, д, и, н.* Точно так же не годится число 2. А число 3 годится: в нем три единицы, и оно записывается тремя буквами: *т, р, и.* Но это число не единственное — пусть дети найдут еще одно такое число.

Ответ: 3 и 11.

Задача 62. *Известно, что $a - b = 0$. Чему равно $(a + 6) - (b + 6)$?*

Надо попросить детей придумать текст задачи на эту тему.

Ответ: 0.

Задача 63. *Сыграйте в игру «Кто первый скажет сорок?» Играют двое. Начинающий называет одно из четырех чисел: 1, 2, 3 или 4. Второй прибавляет к названному числу одно из тех же чисел и так далее. Выигрывает тот, кто первый сможет назвать число 40. Тебе разрешается начать игру или предоставить партнеру право первого хода. Как ты будешь играть? А как надо играть, если проигрывает назвавший 40?*

В первой игре надо назвать 40.

Это можно сделать, если противник назовет любое число от 36 до 39. Для этого надо назвать 35.

Это можно сделать, если противник назовет любое число от 31 до 34. Для этого надо назвать 30.

Это можно сделать, если противник назовет любое число от 26 до 29. Для этого надо назвать 25.

Это можно сделать, если противник назовет любое число от 21 до 24. Для этого надо назвать 20.

Это можно сделать, если противник назовет любое число от 16 до 19. Для этого надо назвать 15.

Это можно сделать, если противник назовет любое число от 11 до 14. Для этого надо назвать 10.

Это можно сделать, если противник назовет любое число от 6 до 9. Для этого надо назвать 5. Это можно сделать, если противник назовет любое число от 1 до 4.

Во второй игре надо заставить противника назвать 40. Для этого надо назвать 39.

Это можно сделать, если противник назовет любое число от 35 до 38. Для этого надо назвать 34.

И так далее.

Ответ: В первой игре надо предоставить первый ход противнику, в свою очередь назвать число 5 и далее, независимо от того, какие числа называет противник, называть числа, оканчивающиеся на 0 или на 5.

Во второй игре надо ходить первым, назвать число 4 и далее, независимо от того, какие числа называет противник, называть числа, оканчивающиеся на 9 или на 4.

Задача 64. *Сколько существует двузначных чисел, у которых вторая цифра больше первой?*

На 1 начинаются восемь таких чисел: от 12 до 19, на 2 — семь, на 3 — шесть, на 4 — пять, на 5 — четыре, на 6 — три, на 7 — два, на 8 — одно число.

Ответ: 36.

Задача 65. *Разгадай ребус:*

$$\begin{array}{r} \times\ *\,*\,* \\ 2\,*\,* \\ \hline +\ 2\,*\,*\,5 \\ *\,*\,0 \\ \hline 8\,3\,*\,*\,* \end{array}$$

Напишем очевидные цифры:

$$\begin{array}{r} \times\ *\,*\,* \\ 2\,0\,* \\ \hline +\ 2\,*\,*\,5 \\ 8\,1\,0 \\ \hline 8\,3\,*\,*\,5 \end{array}$$

Теперь определяется первый множитель:

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r}405\\ 20*\end{array} \\ \hline +\begin{array}{r}2{*}{*}5\\ 810\end{array} \\ \hline 83{*}{*}5 \end{array}$$

$405 \cdot *$ дает $2{*}{*}5$, значит $* = 5$, и второй множитель разгадан.

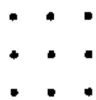
Ответ: $405 \cdot 205 = 83025$.

Задача 66. *Продолжи последовательность: 2, 2, 4, 12, 48, ...*

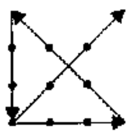
Каждый член последовательности равен предыдущему, умноженному на 1, 2, 3, ...

Ответ: 2, 2, 4, 12, 48, 240, 1440,...

Задача 67. *Перечеркни эти девять точек четырьмя прямыми линиями, не отрывая карандаша от бумаги.*



Решение дано на рисунке.

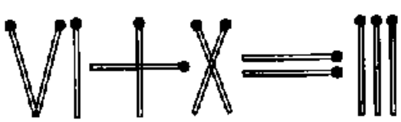


Задача 68. *Известно, что* $a \cdot b = 8$. *Чему равно* $(a \cdot 3) \cdot b$?

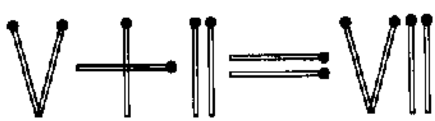
Надо попросить детей придумать задачу на эту тему.

Ответ: 24.

Задача 69. *Переложи две спички, чтобы равенство стало верным:*



Ответ:



Задача 70. *Папа с сыном играют в шашки. У папы на две шашки больше, чем у сына, а всего у них 12 шашек. Сколько шашек у каждого?*

Возможны четыре способа решения.

1-й способ. Обозначим через x число шашек у сына, а через $x + 2$ — число шашек у папы. Тогда $(x + 2) + x = 12$.

2-й способ. Обозначим через x число шашек у сына, а через $12 - x$ — число шашек у папы. Тогда $(12 - x) - x = 2$.

3-й способ. Обозначим через x число шашек у папы, а через $x - 2$ — число шашек у сына. Тогда $x + (x - 2) = 12$.

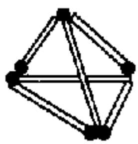
4-й способ. Обозначим через x число шашек у папы, а через $12 - x$ — число шашек у сына. Тогда $x - (12 - x) = 2$.

Однако, наиболее приемлем в 4 классе первый способ — уравнение решается легче.

Ответ: 7 и 5.

Задача 71. *Сложи из шести спичек четыре треугольника.*

Решение дано на рисунке:



Задача 72. *В классе причесанных девочек столько же, сколько непричесанных мальчиков. Кого в классе больше, девочек или непричесанных учеников?*

Очевидно, класс состоит из причесанных девочек, причесанных мальчиков, непричесанных девочек и непричесанных мальчиков. Число девочек в классе есть сумма числа причесанных девочек и числа непричесанных девочек. Число непричесанных учеников есть сумма числа непричесанных мальчиков и числа непричесанных девочек. Но первые слагаемые этих сумм равны по условию, а вторые слагаемые совпадают:

Ответ: Одинаково.

Задача 73. *Сколько существует трехзначных чисел, у которых каждая цифра — 1, 2 или 3?*

На первое место можно поставить любую из трех цифр. На второе — любую из трех цифр. Значит, первые два места можно заполнить $3 \cdot 3 = 9$ способами. В любом из этих случаев можно на третье место поставить любую из трех цифр. Поэтому всего таких чисел $9 \cdot 3 = 27$ чисел.

Ответ: 27.

Задача 74. *Известно, что $a \cdot b = 15$. Чему равно $a \cdot (b \cdot 3)$?*

Надо попросить детей придумать текст задачи на эту тему.

Ответ: 45.

Задача 75. *Пять победителей конкурса «Кто громче крикнет» получили в награду по одинаковому количеству орехов. Трое из них сразу съели по 5 орехов и увидели, что у них вместе осталось столько орехов, сколько было выдано двум другим. Сколько всего орехов было выдано всем пятерым?*

Трое съели 15 орехов. После этого у них осталось столько, сколько было выдано двум другим. А до этого у них было столько, сколько выдали троим. Значит, 15 орехов было выдано каждому из них.

Ответ: 75.

Задача 76. *На верхней полке было в 7 раз больше книг, чем на нижней. Когда с верхней полки взяли 12 книг, а на нижнюю поставили еще 8 книг, то на верхней полке оказалось в три раза больше книг, чем на нижней. Сколько книг было на каждой полке первоначально?*

Одно из возможных уравнений составляется так:

(Стало на верхней полке) = 3 · (Стало на нижней полке),

x — было на нижней полке,

$7x$ — было на верхней полке,

$$7x - 12 = 3 \cdot (x + 8).$$

Ответ: На верхней полке было 63 книги, на нижней — 9.

Задача 77. *В одном ящике 50 шариков, а в другом 80. Каждый из двух игроков по очереди вынимает из какого-нибудь ящика любое число шариков. Выиграет тот, который возьмет последний шарик. Тебе разрешается начать игру или предоставить партнеру право первого хода. Как ты будешь играть?*

Суть игры в том, чтобы уравнивать число шариков в ящиках. Это можно сделать первым ходом, взяв из второго ящика 30 шариков. Партнер обязательно нарушит полученное равенство, а мы опять восстановим его. Число шариков все время убывает, и когда-нибудь игрок, уравнивающий число шариков в ящиках доведет это равенство до 0–0, то есть выиграет.

Ответ: Нужно начать игру, взяв из второго ящика 30 шариков, и в дальнейшем каждый раз уравнивать их число.

Задача 78. *Известно, что $a \cdot b = 12$. Чему равно $(a : 3) \cdot b$?*

Надо попросить детей придумать задачу на эту тему.

Ответ: 36.

Задача 79. *Задача из Древней Греции. Три грации имели по одинаковому числу плодов и встретили девять муз. Каждая из граций отдала каждой из муз по одинаковому числу плодов. После этого у всех муз и граций плодов стало поровну. Сколько плодов было у каждой грации до встречи, если у муз не было ни одного плода?*

Минимальное число плодов, которое могла отдать грация каждой музе, равно 1. В этом случае каждая муза получила бы по три плода. Значит, у каждой музы и каждой грации в результате оказалось бы по три плода. Всего, таким образом, в задаче имелось $3 \cdot 12 = 36$ плодов. Поэтому у каждой грации первоначально имелось по $36 : 3 = 12$ плодов.

Проверим полученное предположение. Если у каждой из 3 граций было по 12 плодов и если каждая грация дала каждой из 9 муз по одному плоду, то у каждой грации осталось по 3 плода, а у каждой музы стало тоже по 3 плода.

Однако, это решение не единственное. Если предположить, что каждая грация отдала каждой музе по 2 плода, то мы приходим к ответу 6, а если по 3 плода, то ответ будет 24. Вообще можно считать, что грация передает каждой музе по одинаковой кучке плодов, и тогда ответом будет 12, умноженное на число плодов в этой кучке.

Ответ: Любое число, делящееся на 12.

Задача 80. *Ученый Виженер придумал такой способ шифровки текста. Вначале задумывается какое-нибудь слово (ключ шифра). Затем определяются номера букв этого слова в алфавите. А затем в шифруемом тексте каждая буква заменяется на следующую за ней в алфавите с таким сдвигом, который указывает полученный ключ. Например, зашифруем фразу «Сегодня хорошая погода» с помощью ключа «гав». Определим номера букв в ключе:*

гав
413

Теперь сдвинем буквы в соответствии с ключом, повторяя его, сколько нужно раз:

Сегодня хорошая погода
4134134 1341341 341341
Хёетерг цсфпыда ттдсзб

Последняя запись и будет шифром. Объясни, как, зная ключ «гав», прочитать запись «Хжжтерг цсфпыда ттдсзб».

Ответ: Нужно записать под данной фразой цифры 413..., а затем сдвигаться по алфавиту назад на столько букв, какова цифра под расшифровываемой буквой.

Задача 81. *Известно, что* $a \cdot b = 18$. *Чему равно* $(a \cdot 2) \cdot (b : 3)$?

Надо попросить детей придумать задачу на эту тему.

Ответ: 12.

Задача 82. *В футбольном турнире участвуют 5 команд из Москвы, Санкт-Петербурга, Великого Новгорода, Нижнего Новгорода и Екатеринбурга. Турнир проводится в два круга: каждая пара встречается один раз в одном городе, другой — в другом. Сколько матчей состоится в каждом городе? Сколько всего матчей в этом турнире?*

Чтобы понять условие, нужно разобраться, какие игры и в каких городах проведет каждая команда. Начнем, например, с команды Москвы. Она проведет две игры с петербуржцами: одну в Москве, одну в Санкт-Петербурге. Она проведет две игры с Великим Новгородом: одну у себя, другую в гостях — и так далее. Результатом такого рассмотрения становится рисунок, на котором изображены пять стадионов и отмечено, какие команды приедут в гости на эти стадионы. Теперь ясно, что в каждом городе состоится по 4 матча, а всего матчей будет $5 \cdot 4 = 20$. Полезно спросить, сколько было бы матчей на каждом стадионе и сколько всего, если бы команд было 10. А самые сильные ученики могут придумать формулу $n \cdot (n-1)$, обозначающую число встреч в двухкруговом турнире с n участниками.

Ответ: По 4 на каждом стадионе; всего 20.

Задача 83. *Старинная русская задача. Некто узнал, что корова на ярмарке стоит вчетверо дороже собаки и вчетверо дешевле лошади. Он взял на ярмарку 200 рублей и на все эти деньги купил собаку, двух коров и лошадь. Что почем?*

Самую маленькую цену — цену собаки — примем за 1 часть. Тогда цена коровы равна 4 частям, цена лошади — 16 частям, а общая цена покупки равна $1 + 8 + 16 = 25$ частям. И так как 200 рублей равны 25 частям, то все цены легко определяются.

Ответ: Собака стоила 8 руб., корова — 32 руб., лошадь — 128 руб.

Задача 84. *В пакете лежат конфеты. Если раздать их детям по 5 конфет каждому, то двоим конфет не достанется. А если раздать их по 4 конфеты, то в пакете останется еще 176 штук. Сколько конфет в пакете?*

Одно из возможных уравнений составляется так:

Число конфет при первой раздаче = Число конфет при второй раздаче;

x — число детей;

$x - 2$ — число детей,

которым досталось по 5 конфет при первой раздаче;

$$5(x - 2) = 4x + 176.$$

Ответ: 920.

Задача 85. *Известно, что $a \cdot b = 27$. Чему равно $(a : 3) \cdot (b : 3)$?*

Надо попросить детей придумать задачу на эту тему.

Ответ: 3.

Задача 86. *Среди 18 монет есть одна фальшивая, более легкая. Как одним взвешиванием на чашечных весах без гирь отобрать среди этих монет 6 настоящих?*

Ответ: Разделив монеты на 3 группы, надо сравнить вес двух шестерок.

Задача 87. *Возьми любое трехзначное число и припиши к нему такое же число. Получится шестизначное число. Раздели его на 7. Что получится, раздели на 11. Что получится, раздели на 13. У тебя получится то трехзначное число, с которого ты начал. Почему?*

Приписав к трехзначному числу такое же число, мы умножили его на 1001. А разделив полученное число сначала на 7, потом на 11, а потом на 13, мы снова разделили его на 1001. Заметим, что эту задачу легко превратить в игру, когда один ученик пишет на листе бумаги трехзначное число и передает его второму, второй дописывает число до шестизначного и передает его третьему, третий делит число на 7 и т.д. и наконец, результат возвращается первому.

Ответ: $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$.

Задача 88. *У мальчика в правом кармане втрое больше орехов, чем в левом. Если в оба кармана положить еще по 10 орехов, то в правом кармане их будет вдвое больше, чем в левом. Сколько орехов в каждом кармане?*

Одно из возможных уравнений составляется так:

будет орехов в правом кармане $= 2 \cdot$ (будет орехов в левом кармане);

x — имеется орехов в левом кармане;

$3x$ — имеется орехов в правом кармане;

$$3x + 10 = 2 \cdot (x + 10).$$

Ответ: 10 в левом, 30 в правом.

Задача 89. *Известно, что $a : b = 8$. Чему равно $(a \cdot 3) : b$?*

Надо попросить детей придумать задачу на эту тему.

Ответ: 24.

Задача 90. *Семь одинаковых батонов хлеба надо разделить поровну между 12 людьми. Как это сделать, разрезая каждый батон на равные части, но не разрезая ни один на 12 частей?*

Можно каждый из трех батонов разделить на четыре части, а каждый из остальных четырех батонов разделить на три части. Получится 12 четвертушек и 12 третьих долей батона. Каждому из 12 людей надо дать по одной четвертушке и по одной трети батона. Тем самым будет роздан весь хлеб, и при этом каждый получит поровну. Это служит достаточным основанием для доказательства, что задача решена. В таком виде ее могут решить люди, не умеющие работать с дробями. Но в 4 классе можно подтвердить результат арифметически. Заметим, что именно так работали с дробями древние египтяне, сводившие всякую задачу о дробях к задаче о долях.

Ответ: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$.

Задача 91. *В футбольном турнире участвуют 5 команд из Москвы, Санкт-Петербурга, Великого Новгорода, Нижнего Новгорода и Екатеринбурга. Турнир проводится в один круг: каждая пара встречается один раз. Сколько всего матчей в этом турнире?*

Матчей будет вдвое меньше, чем в двухкруговом турнире, то есть не 20, а 10. Заметим, что если бы команд было 10, то матчей было бы $(10 \cdot 9) : 2 = 45$, а общая формула числа матчей при n участниках выглядит так: $\frac{n \cdot (n-1)}{2}$. Ту же задачу можно решить на чертеже, на котором отрезок обозначает матч. Отрезков, как мы видим непосредственно, десять. И наконец, можно эту задачу театрализовать. Вызовем к доске пятерых учащихся и приколем им нагрудные знаки: *М, С-Пб, В.Н., Н.Н.* и *Е*. Шестому ученику дадим нарукавную повязку судьи соревнования. Договоримся обозначать матчи рукопожатиями. Сначала пожимает руки товарищам москвич. Судья фиксирует на доске, что он сделал 4 рукопожатия — 4 матча. Москвич садится на место, а петербуржец пожимает руки остальным — 3 рукопожатия. И так далее. Судья подсчитывает число матчей: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$.

Ответ: 10.

Задача 92. *Как с помощью сосудов вместимостью 4 и 7 л налить из водопроводного крана в чайник ровно 2 л воды?*

Эту задачу можно решать двумя способами: 1 способ состоит из таких операций: наливаем воду из крана в меньший сосуд, переливаем ее из меньшего сосуда в больший, выливаем воду в чайник из меньшего сосуда; 2 способ состоит из таких операций: наливаем воду из крана в больший сосуд, переливаем ее из большего сосуда в меньший, выливаем воду в чайник из большего сосуда.

Надо попробовать оба способа и выбрать наиболее короткий.

1 способ

№ операции	Операция	Число литров в 4-литровом сосуде	Число литров в 7-литровом сосуде
1	Из крана в 4-литровый сосуд наливаем 4 л	4	0
2	Выливаем из 4-литрового сосуда в 7-литровый 4 л	0	4
3	Из крана в 4-литровый сосуд наливаем 4 л	4	4
4	Из 4-литрового сосуда в 7-литровый выливаем 3 л	1	7
5	Выливаем из 4-литрового сосуда в чайник 1 л		

После этого операции повторяются. Итого первым способом можно выполнить требуемое за 10 переливаний.

2 способ

№ операции	Операция	Число литров в 7-литровом сосуде	Число литров в 4-литровом сосуде
1	Из крана в 7-литровый сосуд наливаем 7 л	7	0

2	Выливаем из 7-литрового сосуда в 4-литровый 4 л	3	4
3	Выливаем из 4-литрового сосуда 4 л	3	0
4	Из 7-литрового сосуда в 4-литровый выливаем оставшиеся 3 л	0	3
5	Наливаем из крана в 7-литровый сосуд 7 л	7	3
6	Из 7-литрового сосуда в 4-литровый наливаем 1 л	6	4
7	Из 4-литрового сосуда выливаем 4 л	6	0
8	Из 7-литрового сосуда переливаем в 4-литровый 4 л	2	4
9	Выливаем из 7-литрового сосуда в чайник 2 л		

Как видно, второй способ короче на одно переливание.

Заметим, что задачу можно существенно упростить, потребовав вылить в чайник 3 литра.

Задача 93. *Старинная китайская задача. Имеются вещи. Если считать их тройками, то останется 2; если считать пятерками, то останется 3; если считать семерками, то останется 2. Сколько вещей?*

Задача решается либо составлением системы, либо подбором. В 4 классе возможен только второй путь решения.

Из первого условия ясно, что число вещей может быть таким:

5, 8, 11,...

Из второго условия ясно, что число вещей может быть таким:

8, 13, 18,...

Из третьего условия ясно, что число вещей может быть таким:

9, 16, 23,...

Напишем эти последовательности до получения совпадающих членов во всех трех:

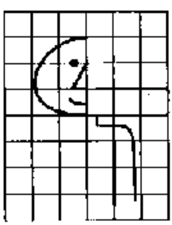
5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, ...

8, 13, 18, 23,...

9, 16, 23, ...

Ответ: 23.

Задача 94. *Сделай рисунок симметричным:*



Задача 95. *Разгадай ребус:*

$$\begin{array}{r} ***\\ \times\ *8*\\ \hline ****\\ +\ ***\\ ****\\ \hline *****9 \end{array}$$

Нужно заметить, что при умножении первого множителя на 8 получается трехзначное число, а при умножении на первую и на третью цифры получаются четырехзначные числа. Значит, второй множитель — это 989. Остается выяснить, какое число при умножении на 8 дает трехзначное произведение, а при умножении на 9 — четырехзначное. Это число, большее, чем 111, и меньшее, чем 125. В то же время известно, что при умножении на 9 оно дает число, оканчивающееся на 9. Значит, оно оканчивается на 1. Итак, это 121.

Ответ: $121 \cdot 989 = 119669$.

Задача 96. *Известно, что* $a : b = 28$. *Чему равно* $a : (b \cdot 2)$?

Надо попросить детей придумать текст задачи на эту тему.

Ответ: 14.

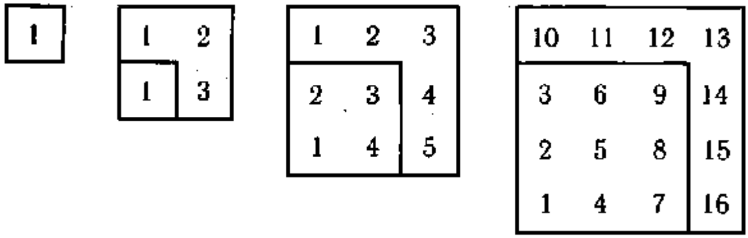
Задача 97. *Задача из «Арифметики» Л. Магницкого. Найти число, которое при делении на 2 дает в остатке 1, при делении на 3 дает в остатке 2, при делении на 4 дает в остатке 3, при делении на 5 дает в остатке 4.*

Прибавим к искомому числу единицу. Тогда полученная сумма будет делиться без остатка и на 2, и на 3, и на 4, и на 5. Таким свойством обладает число, делящееся на 60. Поэтому полученная нами сумма равна 60, либо 120, либо 180, и т.д.

Ответ: Число, на единицу меньшее любого числа, делящегося на 60.

Задача 98. *Найди сумму первых ста нечетных чисел. Великий русский математик Андрей Николаевич Колмогоров решил эту задачу за одну минуту в шестилетнем возрасте.*

Сумма нескольких первых нечетных чисел равна их числу, умноженному на себя: $1 = 1 \cdot 1$, $1 + 3 = 2 \cdot 2$, $1 + 3 + 5 = 3 \cdot 3$ и т. д. Это хорошо видно на чертеже:



Добавляя к квадрату очередное нечетное число, мы снова получаем квадрат.

Ответ: $100 \cdot 100 = 10000$.

Задача 99. *Известно, что $a : b = 10$. Чему равно $(a \cdot 3) : (b \cdot 5)$?*

Надо попросить детей придумать текст задачи на эту тему.

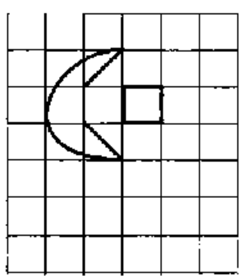
Ответ: 6.

Задача 100. *Шесть котов за шесть минут съедают шесть мышей. Сколько понадобится котов, чтобы за сто минут съесть сто мышей?*

Обычный ответ «100 котов» неверен. Шестерка котов, о которых говорится в задаче, за 6 минут съедает 6 мышей, то есть за каждую минуту она съедает одну мышь.

Ответ: 6 котов.

Задача 101. *Сделай рисунок симметричным*



Задача 102. *Одна из 75 одинаковых по виду монет — фальшивая, она несколько отличается по весу от остальных. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах определить, легче или тяжелее эта монета, чем остальные.*

Разделим монеты на три группы по 25 монет и сравним веса первой и второй группы, а затем — первой и третьей группы.

Задача 103. *Сколько нулей на конце произведения всех натуральных чисел от 5 до 25?*

Нулей столько, сколько множителей 10 в этом произведении. Множитель 10 состоит из множителей 2 и 5. Пятерок в данном наборе множителей меньше, чем двоек, поэтому десяток будет столько, сколько пятерок. Пятерки встречаются в числах 5, 10, 15, 20 и 25. Но в числе 25 две пятерки, значит, всего пятерок в этом произведении 6.

Ответ: 6.

Задача 104. *В надписи «гбжщве дгмё фсрземлсетэ», зашифрованной шифром Винежера, имеется слово «явка». Известно, что ключ состоит из четырех букв. Расшифруй надпись.*

Слово *«явка»*, присутствующее в тексте,— единственное четырехбуквенное слово *«дгмё»*. Значит, *я* перешло при шифровке в *д*, *в* — в *г*, *к* — в *м*, *а* — в *ё*. В первом случае имеем сдвиг на 5 букв, во втором — на 1, в третьем — на 2, в четвертом — на 6 букв, что соответствует такой расшифровке:

гбжщве дгмё фсрземлсетэ
265126 5126 51265126512

Ответ: «Бывшая явка провалилась».

Задача 105. *Кузнечик прыгает по прямой. Каждый прыжок вправо равен 3 дм, а каждый прыжок влево равен 5 дм. Сможет ли он попасть из точки А в точку В, лежащую вправо от А на расстоянии 1 дм?*

Надо, чтобы $3x - 5y$, где x — число прыжков вправо, а y — число прыжков влево, было равно 1. Это получается, например, при $x = 7$, $y = 4$.

Ответ: Можно сделать из A (в любом порядке) 7 прыжков вправо и 4 прыжка влево.

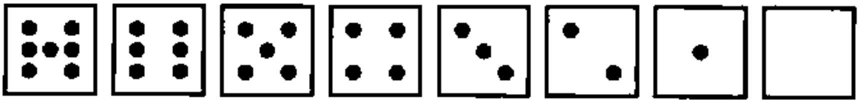
Задача 106. *Найди сумму всех четных чисел от 4 до 50.*

$4 + 6 + 8 + ... + 46 + 48 + 50$ — это сумма двадцати четырех чисел. Пары чисел, одинаково удаленных от концов этого выражения, составляют в сумме 54 : $4 + 50 = 6 + 48 = 8 + 46$, так как каждый раз первое слагаемое увеличивается на 2, а второе уменьшается на 2. Таких пар 12. Значит, общая сумма равна $54 \cdot 12$.

Ответ: 648.

Задача 107. *В обычном домино наибольшее значение клетки — 6 очков. В нем всего 28 косточек. Сколько будет косточек в домино, у которого наибольшее число очков — 7?*

Представим себе, что мы должны сделать такое домино и что нам в качестве полуфабриката выдали отдельные квадратики. Мы должны склеить эти квадратики по два в косточки домино. На одних квадратиках мы поставим по семь точек:



(рисунок), на других — по шесть, на третьих — по пять, на четвертых — по четыре, на пятых — по три, на шестых — по две, на седьмых — по одной, а восьмые оставим без точек. Подсчитаем, сколько квадратиков каждого вида нам нужно будет подготовить для склеивания. Возьмем, например, пустышки. Они понадобятся для изготовления восьми разных косточек. В этих косточках таких квадратиков будет девять. Значит, квадратиков каждого вида нужно по девять. А таких видов, как мы уже выяснили, восемь. Теперь нетрудно подсчитать, сколько понадобится квадратиков, а потом — сколько получится косточек.

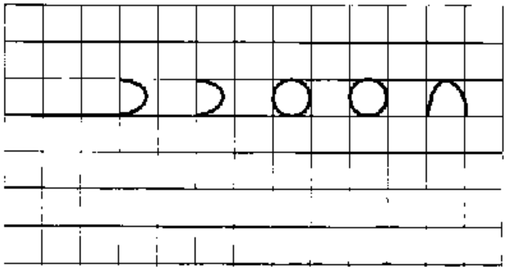
Ответ: 36.

Задача 108. *Известно, что $a : b = 30$. Чему равно $(a : 3) : (b : 3)$?*

Надо попросить детей придумать текст задачи на эту тему.

Ответ: 30.

Задача 109. *Сделай рисунок симметричным*



Задача 110. *В шахматном турнире 10 шахматистов играют в один круг. Сколько будет сыграно партий?*

Если бы они играли в два круга, то партий было бы 90 (например, каждый играет белыми по 9 партий, и всего партий $9 \cdot 10 = 90$). А так как играется только один круг, то партий вдвое меньше.

Ответ: 45.

Задача 111. *Гавиал, кашалот и пеликан съели 31 рыбу. Кашалот съел рыб во столько раз больше, чем пеликан, во сколько пеликан съел больше гавиала. Сколько рыб съел гавиал?*

Составим пропорцию: $К : П = П : Г$, откуда $П \cdot П = К \cdot Г$. Подберем такие три числа $К$, $П$ и $Г$, которые удовлетворяют этому условию и в то же время в сумме дают 31. Это 1, 5 и 25.

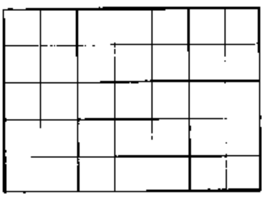
Ответ: Кашалот съел 25 рыб, пеликан съел 5 рыб, гавиал съел 1 рыбу.

Задача 112. *Известно, что $a : b = 8$. Чему равно $(a \cdot 3) : (b \cdot 3)$?*

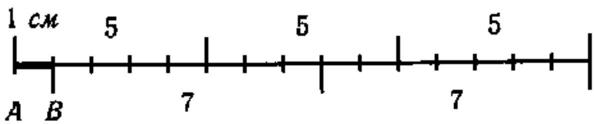
Надо попросить детей придумать текст задачи на эту тему.

Ответ: 8.

Задача 113. *Как с помощью прямоугольной плитки с размерами 5×7см начертить на листе бумаги отрезок длиной 1 см?*



Во-первых, начертим отрезок достаточной длины. Во-вторых, отложим на нем три отрезка по 5 см, а затем на этом отрезке от его конца отложим два отрезка по 7 см. Получится $5 \cdot 3 - 7 \cdot 2 = 1$ (см):



Задача 114. *Трое хотят попасть из города А в деревню Б за кратчайшее время. Расстояние от А до Б 30 км. У них есть 2 велосипеда. На велосипеде вдвоем или втроем ехать нельзя. Скорость их на велосипеде 15 км/ч, а пешком 5 км/ч. За какое время они могут попасть в Б?*

Важно поровну распределить время движения на двух велосипедах между тремя людьми, чтобы никто не отстал от остальных. Этого можно добиться, если первый и второй сядут на велосипеды, а третий пойдет пешком. Проехав 1/3 пути, первый должен сойти с велосипеда, оставить его на дороге и продолжить путь пешком. Второй должен проехать

2/3 пути, сойти с велосипеда, оставить его на дороге и продолжить путь пешком. Третий, дойдя до велосипеда, оставленного первым, садится на него и едет до пункта В. Первый, пройдя 1/3 пути пешком, дойдет до велосипеда, оставленного вторым, сядет на него и доедет до В. В результате каждый пройдет 10 км пешком, а 20 км проедет на велосипеде.

Ответ: За 3 часа 20 мин.

Задача 115. *Разгадай ребус:*

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} ВДСЕ \\ ВДАЕ \end{array} \\ \hline АЕСВЕ \end{array}$$

Во-первых, ясно, что $E = 0$ и $A = 1$:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} ВДС0 \\ ВД10 \end{array} \\ \hline 10СВ0 \end{array}$$

Теперь видно, что $B = 5$:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 5ДС0 \\ 5Д10 \end{array} \\ \hline 10С50 \end{array}$$

Остальное очевидно.

Ответ: 5240 + 5210 = 10450.

Задача 116. *В 1 кг сплава олова и никеля содержится 40% олова. Сколько олова надо добавить в этот сплав, чтобы оно составило 50% сплава?*

Сначала нужно определить, сколько сейчас в сплаве никеля и сколько олова. Так как 100% — это 1 кг, то олова в сплаве 400 г, а никеля — 600 г. Чтобы олово составило половину сплава, нужно довести его до 600 г.

Ответ: 200 г.

Задача 117. *Двое путников одновременно вышли из А в В. Первый половину времени, затраченного им на переход, шел по 5 км в час, а затем пошел по 4 км в час. Второй же первую половину пути прошел по 4 км в час, а затем пошел по 5 км в час. Кто из них раньше пришел в В?*

Для обоих путников одинаково пройденное расстояние. Первый половину времени шел со скоростью 5 км/ч, а значит, он с большей скоростью прошел больше половины пути. Второй же ровно половину пути прошел с большей скоростью, значит, первый потратил времени меньше.

Ответ: Первый.

Задача 118. *1 кг грибов имеют влажность 99%. Их подсушили до 98% влажности. Сколько теперь весят эти грибы?*

Очень трудно предугадать ответ этой задачи. Советую попробовать сделать это в классе. Дети будут называть числа, близкие к 1 кг. А между тем, во время подсушивания испарялась вода, а сухое вещество, которого было и осталось 10 г, из 1% превратилось в 2%. Так что масса грибов уменьшилась вдвое.

Ответ: 500 г.

Задача 119. *В шахматы играют 20 человек, без ничьих, на выбывание. Сколько будет сыграно партий?*

Это еще одна форма соревнований: проигравший одну партию сразу выбывает. Должно выбыть 19 человек, значит, партий должно быть столько, сколько человек должно выбыть.

Ответ: 19.

Задача 120. *У меня остановились стенные часы, а никаких других часов у меня нет. Я пошел к другу, часы которого ходят верно, поиграл с ним в шахматы и, придя домой, смог верно поставить свои часы. Как мне удалось это сделать?*

Я завел свои часы и запомнил, сколько времени они показывают. Придя к другу и уходя от него, я оба раза посмотрел на его часы, а поэтому я знал, сколько времени я пробыл у него и во сколько от него ушел. Придя домой, я определил по своим часам, сколько времени я отсутствовал, а вычтя из этого времени то время, которое пробыл у друга, определил, сколько времени я потратил на путь к нему и от него. Разделив это время пополам и прибавив его к последнему показанию часов друга, я определил время прибытия к себе домой. (Например, пусть я поставил свои часы на 12.00, придя к другу, увидел, что на его часах 16.00, уходя от него увидел на его часах 17.00, а придя домой, увидел, что мои часы показывают 13.30. Тогда я определяю, что отсутствовал 1,5 часа, из них ровно час был у друга, значит, на дорогу в оба конца потратил полчаса, а на путь от друга домой — 15 минут. Я ставлю свои часы на 17.15.)

Задача 121. *Как с помощью сосудов вместимостью 3 и 7 л налить из водопроводного крана в чайник ровно 2 л воды?*

№ операции	Операция	Число литров в 3-литровом сосуде	Число литров в 7-литровом сосуде
1	Наливаем из крана в 3-литровый сосуд 3 л	3	0
2	Из 3-литрового сосуда выливаем в 7-литровый 3 л	0	3
3	Из крана наливаем в 3-литровый сосуд 3 л	3	3
4	Из 3-литрового сосуда выливаем в 7-литровый 3 л	0	6
5	Из крана наливаем в 3-литровый сосуд 3 л	3	6
6	Из 3-литрового сосуда выливаем в 7-литровый 1 л	2	7
7	Из 3-литрового сосуда выливаем оставшиеся 2 л в чайник	0	7

Задача 122. *В 1 кг сплава олова и никеля содержится 50% олова. Сколько никеля надо добавить в этот сплав, чтобы он составил 60% сплава?*

Сначала нужно определить, сколько сейчас в сплаве никеля и сколько олова. Так как 100% — это 1 кг, то олова в сплаве 500 г и никеля — 500 г. Чтобы никель составил 60% сплава, нужно сделать так, чтобы 500 г олова составляли 40% сплава, то есть чтобы в сплаве было 1250 г.

Ответ: 250 г.

Задача 123. *Сорок учеников выстроены в прямоугольник по 10 человек в каждой шеренге и по 4 в каждой колонне. В каждой шеренге выбран самый низенький ученик, а затем из 4 отобранных выбран самый высокий. Им оказался ученик Андреев. Затем в каждой колонне был выбран самый высокий ученик и среди 10 отобранных выбран самый низенький. Им оказался ученик Петров. Кто выше, Андреев или Петров?*

Пусть в той же колонне, что Андреев и в той же шеренге, что Петров, стоит Сергеев. Тогда он выше Андреева и ниже Петрова, то есть Петров выше Андреева:

● ● ● ● ● ● ● ● ● ●
● ● *С* ● ● ● ● *П* ● ●
● ● *А* ● ● ● ● ● ● ●
● ● ● ● ● ● ● ● ● ●

Ответ: Петров.

Задача 124. *В 1 стакане 20% молока, а остальное — вода, в другом таком же стакане 80% молока, а остальное — вода. Сколько процентов молока будет в кастрюле, если в нее выльют оба эти стакана?*

Можно считать стакан равным, например, 0,2 л или совсем не оперировать определенным объемом (в зависимости от силы учащихся). Существенно здесь лишь то, что молоко из первого стакана будет составлять не 20%, а 10% всего объема, а молоко из второго стакана будет составлять не 80%, а 40% всего объема. Значит, всего молока в кастрюле окажется 10% + 40%.

Ответ: 50%.

Задача 125. *В клетках квадрата 3 × 3 были записаны натуральные числа так, что суммы чисел в каждой строке, в каждом столбце и в каждой диагонали были одинаковыми. Некоторые числа стерли. Осталось число 24 в нижнем правом углу, 15 в центре и 9 правее 15. Восстановите стертые числа.*

Обозначим через *а* число в правом верхнем углу:

		а
	15	9
		24

Так как суммы цифр во всех столбцах, строках и диагоналях одинаковы, то каждая из них равна а+33. Значит, в левом нижнем углу стоит число 18:

		а
	15	9
18		24

Поставим число *б* левее числа 15:

б	15	9
18		24

Так как сумма в левом столбце равна сумме во второй строке, то есть равна 24 + *б*, то в верхнем левом углу стоит число 6:

6		
б	15	9
18		24

У нас заполнилась диагональ, по которой можно найти сумму чисел в каждой строке, в каждом столбце и каждой диагонали. Эта сумма равна 6 + 15 + 24 = 45. Теперь можно заполнить и все остальные клетки:

Ответ:

6	27	12
21	15	9
18	3	24

Задача 126. *Выписаны подряд все числа от 1 до 60, без пробелов между цифрами: 123456789101112...585960. Надо вычеркнуть 100 цифр, чтобы оставшееся число оказалось наименьшим.*

Всего выписано 111 цифр (9 — на однозначные числа и еще 102 на 51 двузначное число). Значит, после вычеркивания 100 цифр останется 11-значное число. Чтобы оно было самым маленьким, нужно поставить в нем на первое место 1, а на последующие — нули. Однако нулей в нашей записи всего 6. Если мы выпишем их все, то за последним нулем цифр уже не останется. Попробуем оставить нули только от чисел 10, 20, 30, 40 и 50. Тогда у нас получится такое число: 10000051525354555657585960. От него можно оставить после 100000 еще 5 цифр. Так как нуль поставить нельзя, поставим самую маленькую из возможных — 1, вычеркнув первую пятерку после пяти нулей: 1000001525354555657585960. Теперь можно вычеркнуть еще три пятерки, оставляя следующие за ними цифры: 10000012340.

Ответ: 10000012340.

Задача 127. *Фразу «Страшнее кошки зверя нет» зашифруй кодом Виженера с помощью шифра «дева».*

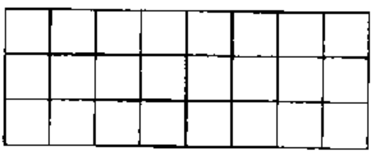
Страшнее кошки зверя нет

56315631 56315 63156 315

Ответ: Цшубэузё пфылн неёхе рёч.

Задача 128. *Сколько разломов надо сделать, чтобы разломать эту шоколадку на отдельные квадратики?*

Вначале можно попробовать конкретные пути. В каждом случае будет получаться одно и то же: 23 разлома. И наконец, надо объяснить, что каждый разлом добавляет новый кусок. После первого разлома будет два куска, после второго три и так далее. Так как из одного куска нужно получить 24, то разломов будет 23.



Ответ: 23.

Задача 129. *Имелось 10 мешков с одинаковыми монетами. Злоумышленник заменил один мешок мешком с фальшивыми монетами. Известно, что хорошая монета весит 10 г, а фальшивая 11 г. Как с помощью одного взвешивания на весах с гирями установить, в каком именно мешке монеты фальшивые?*

Надо перенумеровать мешки. Затем надо взять из первого мешка одну монету, из второго — две, из третьего — три и так далее до десятого, из которого надо взять десять монет. Все эти монеты вместе надо взвесить. Если бы все монеты были настоящими, то все взятые монеты весили бы 10 + 20 + 30 + ... + 90 + 100 = 550 г. Но они будут весить больше на столько граммов, сколько среди них фальшивых монет. А число фальшивых монет равно номеру мешка, из которого они взяты. (Например, если монеты весят 556 г, то фальшивых монет 6, и все они из одного мешка. Но 6 монет мы брали из шестого мешка.)

Задача 130. *В трех кучках 22, 14 и 12 орехов. Требуется уравнять число орехов во всех этих кучках, причем можно перекладывать из одной кучки в другую столько орехов, сколько в ней уже имеется (удваивать число орехов в кучке). Как это сделать?*

В результате распределение орехов должно быть таким:

16, 16, 16.

Поэтому предпоследнее распределение должно быть таким:

16, 24, 8.

Перед этим распределение орехов может быть более разнообразным. Но нас должно заинтересовать такое, в котором есть хоть одна кучка с 22 или с 14 или с 12 орехами. Это может выглядеть так:

12, 20, 16 или 12, 8, 4.

Если теперь не трогать кучку в 12 орехов, то перед этим возможны такие распределения:

12, 10, 26, или 12, 28, 8, или 12, 4, 8, или 12, 2, 10.

Второе распределение можно получить из первоначального.

Ответ: Возможен следующий путь решения:

22, 14, 12 – 8, 28, 12 – 16, 20, 12 – 16, 8, 24 – 16, 16, 16.

Задача 131. *В 1 стакане 20% молока, а остальное — вода, в другом таком же стакане 30% молока, а остальное — вода. Сколько процентов молока будет в кастрюле, если в нее выльют оба эти стакана?*

Можно считать стакан равным, например, 0,2 л или совсем не оперировать определенным объемом (в зависимости от силы учащихся). Существенно здесь лишь то, что молоко из первого стакана будет составлять не 20%, а 10% всего объема, а молоко из второго стакана будет составлять не 30%, а 15% всего объема. Значит, всего молока в кастрюле окажется 10% + 15%.

Ответ: 25%.

Задача 132. *Из какой точки земного шара надо выйти, чтобы, пройдя 100 км на юг, затем 100 км на восток и затем 100 км на север, снова оказаться в точке отправления?*

Ответ: Во-первых, это Северный полюс. Но, кроме того, это бесконечное множество точек, лежащих невдалеке от Южного полюса и отвечающих следующему условию: если пройти из такой точки на юг, то окажешься на параллели, длина которой равна 100 : n км, где n — любое натуральное число.

Задача 133. *3 м ткани стоят 200 руб. Сколько стоят 4,5 м этой ткани?*

Задача не решается сведением к единице, так как, отвечая на вопрос, сколько стоит один метр, придется делить 200 на 3. Так что лучше решать задачу составлением пропорции. Полезно для этого записать кратко задачу так:

3 м 200 руб.
4,5 м x руб.

Теперь пропорция рождается автоматически.

Если все же учитель не хочет составлять пропорцию, он может предложить такое решение:

1) Сколько стоят 9 м? 200 · 3 = 600 (руб.).

2) Сколько стоят 4,5 м? 600 : 2 = 300 (руб.).

Возможно и иное решение, так как 4,5 м = 3 м + 1,5 м, а 1,5 м стоят 200 : 2 = 100 (руб.).

Ответ: 300 руб.

Задача 134. *Сумма любых трех стоящих рядом чисел в этой таблице равна 15. Заполните пустые клетки таблицы:*

6								4						

Расставим буквы в пустые клетки таблицы:

6	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	4	*h*	*i*	*j*	*k*	*l*	*m*

Так как по условию $6 + a + b = a + b + c$, то $c = 6$. Таким же образом равна 6 каждая из букв, стоящая через две клетки после c. Это f, h, k. Так же доказывается, что каждая буква стоящая через две клетки до и после 4, равна 4. Это e, b, j, m. Наконец, из условия $6 + a + b = 15$ получаем, что $a = 5$. То же значение имеют все буквы, стоящие через две клетки после a.

Ответ:

6	5	4	6	5	4	6	5	4	6	5	4	6	5	4

$$\begin{array}{r} \times\begin{array}{r} ДВА \\ ДВА \end{array} \\ \hline ****\ \\ +\ ***B\ \ \\ E***\ \ \ \ \\ \hline ЧЕТЫРЕ \end{array}$$

Задача 135. *Разгадай ребус:*

Так как $A \cdot A$ оканчивается на E, не равное A, то A не может равняться 0, 1, 5 и 6. Так как при этом E не равно 9, то A не может равняться 3 и 7. Значит, A может равняться только 2, 4, 8 или 9. Но $A \cdot B$ оканчивается на B, поэтому A не равно 2, не равно 4 и не равно 8. Значит, $A = 9$ и $B = 5$. После этого выясняется, что $E = 1$, $Ч = 2$. Остается найти $Д$. Учитывая, что $Д$ должно быть не больше 4, проверяем две оставшиеся возможности: $Д = 3$ и $Д = 4$.

Ответ: $459 \cdot 459 = 210681$.

Задача 136. *Сколько нулей на конце произведения всех натуральных чисел от 1 до 100?*

Нулей столько, сколько имеется пар простых множителей 2 и 5. Двоек очень много — они присутствуют во всех четных числах. А пятерок меньше — они имеются только в числах, делящихся на 5. Таких чисел двадцать: 5, 10, 15, 20, 25, ..., 95, 100. Но в четырех из них по две пятерки: $25 = 5 \cdot 5$, $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$, $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$, $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$. Так что всего пятерок в произведении $20 + 4 = 24$.

Ответ: 24 нуля.

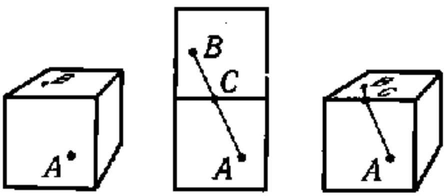
Задача 137. *Сколькими способами можно расставить на полке томики стихов Пушкина, Лермонтова, Некрасова, Маяковского и Пастернака, чтобы Пушкин стоял на первом месте, а Маяковский и Пастернак стояли рядом?*

Соединим томики Маяковского и Пастернака в одну связку. Поставив на первое место томик Пушкина, на следующие три места мы можем поставить в любом порядке томик Лермонтова, томик Некрасова и связку. Это можно сделать шестью способами. А так как томики Маяковского и Пастернака можно соединить двумя способами, то способов расставить книги вдвое больше.

Ответ: 12.

Задача 138. *Муравей сидит на передней грани куба и желает попасть на верхнюю грань. Как узнать, по какому кратчайшему пути должен он ползти?*

Если бы события происходили в одной плоскости, ответ был бы прост: ползти по прямой. Поэтому нужно распрямить куб и определить возможный путь. В случае на нашем рисунке это путь *ACB*:



Ответ: Распрямить куб.

Задача 139. *В ящике 35 шариков. Каждый из двух играющих по очереди вынимает из ящика любое число шариков от 1 до 5. Выигрывает взявший последний шарик. Кто выиграет при правильной игре, начинающий или второй игрок?*

Выигрывает тот, кто возьмет 35-й шарик, следовательно, тот, кто возьмет 29-й шарик, 23-й, 19-й, 13-й, 7-й, 2-й шарик.

Ответ: Выигрывает начинающий, если он возьмет 2 шарика и затем будет дополнять до 6 число шариков, взятых партнером.

Задача 140. *2001 год начался с понедельника. А с каких еще дней недели может начинаться век?*

Нужно принять во внимание следующие факты.

1) В невисокосном году 365 дней, то есть 52 полные недели и еще 1 день, так что невисокосный год сдвигает календарь на один день недели.

2) В високосном году 366 дней, то есть 52 полные недели и еще 2 дня, так что високосный год сдвигает календарь на два дня недели.

3) Високосными в нашем григорианском календаре (календаре «по новому стилю») считается любой год, номер которого делится на 4, кро-

ме тех лет, номера которых делятся на 100, но не делятся на 400, то есть, например, годы 2000, 2004 и 2400 — високосные, а годы 2100 и 2200 — невисокосные).

4) В первом веке третьего тысячелетия, а также во втором и в третьем его веке будет по 24 високосных года, а в четвертом веке будет 25 високосных лет.

5) Первый век третьего тысячелетия сдвинет календарь на 124 дня недели, то есть на 5 дней. То же будет и во втором и в третьем веке. А четвертый век (2301–2400 гг) сдвинет календарь на 6 дней.

Значит, 2101 год начнется с субботы, 2201 — с четверга, 2301 — со вторника, 2401 — с понедельника, так же, как и 2001 год. И в дальнейшем каждые 400 лет все будет повторяться.

Ответ: Век может начинаться с понедельника, вторника, четверга и субботы.

Задача 141. *7,5 м ткани стоят 200 руб. Сколько стоят 4,5 м этой ткани?*

Задача не решается сведением к единице, так как, отвечая на вопрос, сколько стоит один метр, придется делить 200 на 7,5. Так что лучше решать задачу составлением пропорции. Полезно для этого записать кратко задачу так:

7,5 м	200 руб.
4,5 м	x руб.

Теперь пропорция рождается автоматически.

Если все же учитель не хочет составлять пропорцию, он может предложить такое решение:

1) Сколько стоят 22,5 м? $200 \cdot 3 = 600$ (руб.).

2) Сколько стоят 4,5 м? $600 : 5 = 120$ (руб.).

Ответ: 120 руб.

Задача 142. *В ящике находится 20 носков черного цвета и 10 носков синего цвета. Все носки одного размера и фасона. Сколько нужно вынуть носков, не глядя, чтобы образовалась пара одноцветных носков?*

Можно случайно вытянуть первый носок одного цвета, а второй — другого, так что два вытянутых носка могут не образовать пары. Но уже третий носок будет в пару с одним из двух первых.

Ответ: Не более трех.

Задача 143. *Десяток яиц стоит 16 руб. 52 коп. Сколько стоят 15 таких яиц?*

Задача не решается сведением к единице, так как, отвечая на вопрос, сколько стоит одно яйцо, придется делить 1652 коп. на 10. Так что лучше решать задачу составлением пропорции. Полезно для этого записать кратко задачу так:

10 яиц 1652 коп.

15 яиц x коп.

Теперь пропорция рождается автоматически.

Если все же учитель не хочет составлять пропорцию, он может предложить такое решение:

1) Сколько стоят 30 яиц?

2) Сколько стоят 15 яиц?

Возможно и иное решение, так как 15 яиц = 10 яиц + 5 яиц, 5 яиц стоят 8 руб. 26 коп.

Ответ: 24 руб. 78 коп.

Задача 144. *В ящике находится 10 пар черных перчаток и 5 пар синих одного размера и фасона. Сколько нужно вынуть перчаток, не глядя, чтобы образовалась пара одноцветных перчаток?*

Можно случайно вытянуть первые десять черных перчаток с левой (или правой) руки, а потом еще 5 синих перчаток с одной руки, так что никакие две из этих 15 перчаток могут не образовать пары. Но уже шестнадцатая перчатка будет в пару с одной из пятнадцати первых.

Ответ: Не более шестнадцати.

Задача 145. *Коля поймал за 5 дней 512 мух. Каждый день он отлавливал столько мух, сколько во все предыдущие дни вместе. Сколько мух поймал он за каждый из этих дней?*

За последний день он поймал столько мух, сколько в первые 4 дня, то есть половину всех мух. В четвертый день — половину мух, пойманных за 4 дня. И так далее.

Ответ: В пятый день 256, в четвертый 128, в третий 64, во второй 32, в первый 32.

Задача 146. *Брошены два игральных кубика. Какая сумма очков на их верхних гранях наиболее вероятна?*

Возможны суммы от 2 до 12. В таблице показано, как могут получаться эти суммы:

Положения кубиков	Сумма
1+1	2
1+2, 2+1	3

1+3, 2+2, 3+1	4
1+4, 2+3, 3+2, 4+1	5
1+5, 2+4, 3+3, 4+2, 5+1	6
1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1	7
2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2	8
3+6, 4+5, 5+4, 6+3	9
4+6, 5+5, 6+4	10
5+6, 6+5	11
6+6	12

Как видно, наибольшим числом способов получается сумма 7 — шестью способами. Это и есть наиболее вероятный результат бросания кубиков. Я не советую учителю пускаться в объяснения о том, что такое вероятность. Пусть дети просто услышат это слово в данном конкретном случае.

Ответ: 7.

Задача 147. *Разгадай ребус:*

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} ВДСЕ \\ ВДСЕ \end{array} \\ \hline АДСВЕ \end{array}$$

Так как $E + E$ оканчивается на E, то $E = 0$. Очевидно, что A может равняться только 1. Поэтому $B > 4$. Притом B — число четное, так что B равно 6 или 8. Если $B = 6$, то имеем:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 6ДС0 \\ 6ДС0 \end{array} \\ \hline 1ДС60 \end{array}$$

C равно либо 3, либо 8. Легко проверить, что ни одно из этих значений C не подходит.

Остается $B = 8$:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 8ДС0 \\ 8ДС0 \end{array} \\ \hline 1ДС80 \end{array}$$

Теперь для C остается выбор: $C = 4$ или $C = 9$. Проверка показывает, что подходит только первый вариант. Далее все просто.

Ответ: 8740 + 8740 = 17480

Задача 148. *Составь не меньше 10 разных сумм из чисел от 1 до 5, чтобы никакое число не входило в эту сумму два раза.*

Самое маленькое значение такой суммы 3 (это $1 + 2$), а самое большое $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, так что задача имеет решение.

Ответ: Это, например, $1 + 2$, $1 + 3$, $1 + 4$, $1 + 5$, $2 + 5$, $3 + 5$, $4 + 5$, $1 + 4 + 5$, $2 + 4 + 5$, $3 + 4 + 5$.

Задача 149. *Фразу «ълр егсащз з пёф шин дфпыыл зсcз» расшифруй кодом Виженера с помощью шифра «вега».*

ълр егсащз з пёф шип дфпыыл зсcз

364 136413 6 413 641 364136 4136

Ответ: «Чем дальше в лес, тем больше дров».

Задача 150. *Составь не меньше 10 разных произведений из чисел от 1 до 5, чтобы никакое число не входило в это произведение два раза.*

Ответ: $1 \cdot 2$, $1 \cdot 3$, $1 \cdot 4$, $1 \cdot 5$, $2 \cdot 5$, $3 \cdot 5$, $4 \cdot 5$, $2 \cdot 4 \cdot 5$, $3 \cdot 4 \cdot 5$, $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$.

Задача 151. *Два поезда одинаковой длины идут навстречу друг другу. Скорость первого поезда 36 км/ч, скорость второго 45 км/ч. Пассажир, сидящий во втором поезде, заметил, что первый поезд шел мимо него 6 секунд. Какова длина каждого поезда?*

Если бы первый поезд стоял на месте, то пассажир второго поезда схал бы мимо него со скоростью 45 км/ч. А так как первый поезд ехал навстречу со скоростью 36 км/ч, то пассажир второго поезда ехал мимо него со скоростью $36 + 45 = 81$ (км/ч). Следовательно, путь длиной в поезд он проделал со скоростью 81 км/ч за 6 секунд, то есть за $1/600$ часа. Умножив это время на скорость, мы получим ответ.

Ответ: 135 м.

Задача 152. *Разгадай ребус:*

$$\begin{array}{r} - \begin{array}{r} CDEBC \\ ABCD \end{array} \\ \hline ACAC \end{array}$$

Для решения удобно переписать ребус так:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} ABCD \\ ACAC \end{array} \\ \hline CDEBC \end{array}$$

Сразу видно, что $C = 1$ и что $D = 0$:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} AB10 \\ A1A1 \end{array} \\ \hline 10EB1 \end{array}$$

Значит, $A = 5$:

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} 5B10 \\ 5151 \end{array} \\ \hline 10EB1 \end{array}$$

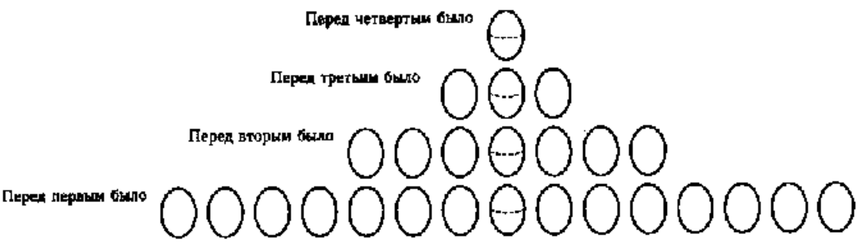
Теперь все ясно.

Ответ: 10761 − 5610 = 5151.

Задача 153. *Задача Л. Эйлера. Крестьянка принесла на рынок некоторое число яиц. Первому покупателю она продала половину того, что имела, и еще пол-яйца; второму — половину того, что у нее осталось, и еще пол-яйца; третьему — половину нового остатка и еще пол-яйца; четвертому — половину того, что осталось, и еще пол-яйца. После этого у нее ничего не осталось. Сколько яиц было у нее вначале?*

Если задача не получается, ее надо рисовать:

Что было у крестьянки перед встречей с четвертым покупателем?



Что-то, половина чего была продана, после чего осталось пол-яйца. Но, значит, пол-яйца были второй половиной того, что у нее было. Значит, перед встречей с четвертым покупателем у крестьянки было одно яйцо. Нарисуем его в виде одной клетки.

Перед встречей с третьим покупателем у нее было это яйцо и те пол-яйца, которые она продала третьему, и все это составляло половину того, что она имела. Значит, пририсуем пол-яйца и удвоим полученное – эти три яйца были у крестьянки перед встречей с третьим покупателем.

Аналогично, пририсовав к трем яйцам пол-яйца и удвоив полученное, будем иметь семь яиц, имевшиеся у нее перед встречей со вторым покупателем.

Проделав еще раз эту операцию, узнаем, сколько было у нее яиц в самом начале.

Ответ: 15 яиц.

Заметим, что полученный ответ следует проверить:

1-му покупателю продано 15 : 2 + 0,5 = 8 яиц, после чего осталось 7 яиц,

2-му покупателю продано 7 : 2 + 0,5 = 4 яйца, после чего осталось 3 яйца,

3-му покупателю продано 3 : 2 + 0,5 = 2 яйца, после чего осталось 1 яйцо,

4-му покупателю продано 1 : 2 + 0,5 = 1 яйцо, после чего не осталось ничего.

Задача 154. *Алеша, Боря, Витя и Гена сыграли между собой по одной партии в шахматы. Первые три мальчика все партии между собой сыграли вничью. Как распределились между ними места в этом соревновании, если Боря занял более высокое место, чем Витя, но менее высокое, чем Алеша?*

Решение. Это задача со специфическим сюжетом — о турнире. Конечно, можно решить ее устно: результаты Алеши, Бори и Гены различны из-за того, что они по-разному сыграли с Геной. Значит, Алеша выиграл у Гены, Боря сыграл с Геной вничью, а Витя проиграл Гене. После этого уже можно подсчитать, сколько очков набрал каждый и определить их порядок в итоге соревнования. Однако, ясно, что результаты надо как-то записывать. И очень полезно показать, как делается это в спортивных соревнованиях: познакомить детей со способом записи турнира в виде турнирной таблицы. Для наших четырех шахматистов турнирная таблица выглядит так:

№	Участник	1	2	3	4	Сумма	Место
1	*Алеша*	■					
2	*Боря*		■				
3	*Витя*			■			
4	*Гена*				■		

В течение турнира таблица заполняется. Если, например, Гена выиграл у Бори, то это отмечается в таблице так:

№	Участник	1	2	3	4	Сумма	Место
1	*Алеша*	■					
2	*Боря*		■		0		
3	*Витя*			■			
4	*Гена*		1		■		

А то, что Алеша с Борей сыграли вничью, отмечается в таблице так:

№	Участник	1	2	3	4	Сумма	Место
1	*Алеша*	■	$\frac{1}{2}$				
2	*Боря*	$\frac{1}{2}$	■				
3	*Витя*			■			
4	*Гена*				■		

В предпоследнем столбце записывают, сколько очков набрал каждый. В последнем записывают, какое место занял каждый участник. Запишем условия задачи в нашу таблицу:

№	Участник	1	2	3	4	Сумма	Место
1	*Алеша*	■	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$			
2	*Боря*	$\frac{1}{2}$	■	$\frac{1}{2}$			
3	*Витя*	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	■			
4	*Гена*				■		

Теперь учтем, что Алеша набрал всего очков больше, чем Боря, а Боря больше, чем Витя. Это произошло потому, что они по-разному сыграли с Геной. Так как существует всего три возможности: выиграть партию, сыграть в ничью или проиграть, то, значит, Алеша выиграл у Гены, Боря сыграл с ним в ничью, а Витя проиграл. Занесем эти данные в таблицу и подсчитаем очки и места:

№	Участник	1	2	3	4	Сумма	Место
1	*Алеша*		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	1
2	*Боря*	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	2-3
3	*Витя*	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		0	1	4
4	*Гена*	0	$\frac{1}{2}$	1		$1\frac{1}{2}$	2-3

Ответ: Первое место занял Алеша, второе и третье поделили Боря и Гена, четвертое место занял Витя

Задача 155. *Имеется много жетонов стоимостью 3 рубля и два жетона по 5 рублей. Можно ли из этих жетонов составить любую сумму, большую 7 рублей?*

Сумму в 8 рублей составляем как 3 + 5, в 9 — как 3 + 3 + 3, в 10 — как 5 + 5. Прибавляя к этим суммам нужное число трехрублевых жетонов, мы получим любую сумму, большую 10. Например, чтобы получить сумму 121, сообразим, что 121 при делении на 3 дает такой же остаток, как 10, а значит, 121 можно получить, прибавив к 5 + 5 нужное число 3-рублевых жетонов. Число этих жетонов определяем так: (121 − 10) : 3 = 37.

Ответ: Да.

Задача 156. *Разгадай ребус:*

$$\begin{array}{r|l} -\,МУХА & ХА \\ \underline{ХА} & УХА \\ -\,ЭХ & \\ \underline{АД} & \\ -\,УХА & \\ \underline{УХА} & \end{array}$$

Так как $ХА \cdot У = ХА$, то $У = 1$. Так как $Х - Д = Х$, то $Д = 0$. Имеем:

$$\begin{array}{r|l} -\,М1ХА & ХА \\ \underline{ХА} & 1ХА \\ -\,ЭХ & \\ \underline{А0} & \\ -\,1ХА & \\ \underline{1ХА} & \end{array}$$

Так как $A \cdot A$ оканчивается на A, причем A не равно 1, то $A = 5$ или $A = 6$. Если $A = 5$, то

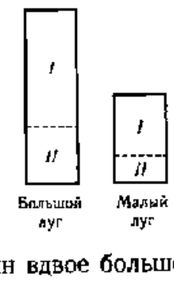
$$\begin{array}{r|l} -M1X5 & \underline{X5} \\ \underline{X5} & 1X5 \\ -\text{Э}X & \\ \underline{50} & \\ -1X5 & \\ \underline{1X5} & \end{array} \qquad \text{Э} = 6; \qquad \begin{array}{r|l} -M1X5 & \underline{X5} \\ \underline{X5} & 1X5 \\ -6X & \\ \underline{50} & \\ -1X5 & \\ \underline{1X5} & \end{array}$$

Перебором всех возможных значений X в равенстве $X5 \cdot 5 = 1X5$ получаем, что $X = 2$. А после этого определяем, что $M = 3$. $A = 6$ легко опровергается проверкой.

Ответ: $3125 : 25 = 125$.

Задача 157. *Задача Л.Н. Толстого. Артели косцов надо было скосить два луга, один вдвое больше другого. Половину дня артель косила большой луг. После этого артель разделилась пополам: первая половина осталась на большом лугу и докосила его к вечеру до конца; вторая же половина косила малый луг, на котором к вечеру еще остался участок, скошенный на другой день одним косцом за один день работы. Сколько косцов было в артели?*

Если задача не получается, ее надо рисовать:



Нарисуем два луга, один вдвое больше другого. Разделим большой луг на две части. Первая часть — это работа всей артели в первые полдня. Вторая часть — работа половины артели во вторую половину дня. Значит, первая часть большого луга вдвое больше второй.

Малый луг тоже разделим на две части. Первая часть малого луга равна второй части большого луга, так как ее выкосила такая же группа косцов за то же время. Значит, первая часть малого луга равна $1/3$ большого луга. Вторая часть малого луга равна $1/2 - 1/3 = 1/6$ большого луга.

Вторую часть малого луга косил один косец целый день. Значит, большой луг один косец косил бы 6 дней. Значит, две трети большого луга один косец косил бы 4 дня. А так как вся бригада косила две трети большого луга полдня, то бригада состояла из 8 косцов.

Ответ: 8 косцов.

Задача 158. *Поезд прошел мост длиной 200 м за 1 мин. Длина самого поезда 800 м. Мост какой длины прошел бы этот поезд за 2 мин, если бы двигался с той же скоростью?*

Важно понять, что движение поезда через мост состоит из двух этапов. Вначале тепловоз въезжает на мост и проезжает весь мост. На этом этапе тепловоз (а значит, и весь поезд) проходит расстояние, равное длине моста. Но когда тепловоз съезжает с моста, поезд еще находится на мосту. Начинается второй этап движения по мосту, когда тепловоз стягивает с моста последний вагон. На этом этапе тепловоз (а значит, и весь поезд) проезжает расстояние, равное длине поезда. Определим сначала скорость поезда. Его тепловоз за 1 минуту прошел по мосту 200 м, а потом еще 800 м (пока не был вывезен с моста последний вагон). Значит, за 1 минуту поезд проходит 1 км, то есть скорость его равна 1 км/мин. За 2 минуты поезд пройдет 2 км, причем последние 800 м его тепловоз будет вывозить с моста последний вагон, а первые 1 км 200 м тепловоз будет ехать по мосту.

Ответ: 1200 м.

Задача 159. *Поезд длиной 750 м шел мимо переезда 30 секунд. Какова скорость поезда?*

Паровоз продвинулся за 30 секунд на 750 м. Разделив этот путь на время движения — на 30 секунд, получим скорость.

Ответ: 25 м/сек.

Задача 160. *В шахматном турнире участвовали 4 шахматиста: Андреев, занявший 1-е место, Борисов, занявший 2-е место, Власов, занявший 3-е место, и Гордеев. Известно, что Андреев с Гордеевым сыграли вничью. Установите результаты остальных пяти партий.*

Запишем условия задачи в турнирную таблицу.

№	Участник	1	2	3	4	Сумма	Место
1	*Андреев*	■			$\frac{1}{2}$		1
2	*Борисов*		■				2
3	*Власов*			■			3
4	*Гордеев*	$\frac{1}{2}$			■		4

Попробуем определить, сколько очков могли набрать участники этого турнира. Каждая партия приносит одно очко играющим: либо это очко получает тот, кто выиграл (а проигравший получает 0), либо это очко делится поровну между участниками встречи, как это произошло в партии Андреева и Гордеева. Итак, всего участники турнира набрали столько очков, сколько произошло партий в этом турнире.

Каждый участник сыграл по три партии, а так как партии игрались в один круг, то всего партий было 6. Это можно понять из рассмотрения таблицы. В ней 12 свободных клеток (по 3 у каждого игрока), и после каждой партии заполняются 2 клетки. Значит, партий 6. Вывод: всего участники набрали 6 очков.

Как же могли распределиться эти очки между ними? Мы можем это понять из условий задачи — из таблицы. Андреев мог набрать не больше $3\frac{1}{2}$ очков, так как сыграл вничью с Гордеевым. Гордеев набрал не меньше $\frac{1}{2}$ очка, так как сыграл вничью с Андреевым. Но тогда очки у участников, занявших места между Андреевым и Гордеевым, могут быть от 1 до 3. Минимально это могут быть следующие результаты:

Гордеев — $\frac{1}{2}$ очка, Власов — 1 очко, Борисов — $1\frac{1}{2}$ очка, Андреев — 2 очка. Однако, в этом случае общее число очков равно 5, а должно быть 6. Поэтому нужно распределить между участниками недостающее очко.

Попробуем дать еще пол-очка Гордееву. Тогда у него будет 1 очко, у Власова — не меньше $1\frac{1}{2}$, у Борисова — не меньше 2, у Андреева — не меньше $2\frac{1}{2}$ очков. То есть общее число очков будет не меньше 7. Вывод: у Гордеева только $\frac{1}{2}$ очка, что можно отметить в турнирной таблице:

№	Участник	1	2	3	4	Сумма	Место
1	*Андреев*	■			$\frac{1}{2}$		1
2	*Борисов*		■		1		2
3	*Власов*			■	1		3
4	*Гордеев*	$\frac{1}{2}$	0	0	■	$\frac{1}{2}$	4

Попробуем, оставив $\frac{1}{2}$ очка у Гордеева, дать лишние пол-очка Власову. Тогда у него будет $1\frac{1}{2}$ очка, у Борисова — не меньше 2, у Андреева — не меньше $2\frac{1}{2}$ очков. То есть общее число очков будет не менее $6\frac{1}{2}$ очков, что превышает сумму в 6 очков. Вывод: у Гордеева $\frac{1}{2}$ очка, у Власова 1 очко.

№	Участник	1	2	3	4	Сумма	Место
1	*Андреев*			1	$\frac{1}{2}$		1
2	*Борисов*			1	1		2
3	*Власов*	0	0		1	1	3
4	*Гордеев*	$\frac{1}{2}$	0	0		$\frac{1}{2}$	4

Попробуем увеличить на пол-очка результат Борисова. Тогда возможно такое распределение результатов: у Гордеева $\frac{1}{2}$ очка, у Власова 1 очко, у Борисова 2 очка и у Андреева $2\frac{1}{2}$ очка. Впрочем, можно не увеличивать число очков у Борисова, а дать лишнее очко Андрееву. Получим: у Гордеева $\frac{1}{2}$ очка, у Власова 1 очко, у Борисова $1\frac{1}{2}$ очка и у Андреева 3 очка. Однако, последний вариант невозможен, так как из ранее заполненной таблицы ясно, что у Борисова не меньше 2 очков. Остается первый вариант:

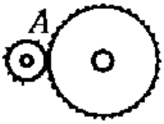
№	Участник	1	2	3	4	Сумма	Место
1	*Андреев*			1	$\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	1
2	*Борисов*			1	1	2	2
3	*Власов*	0	0		1	1	3
4	*Гордеев*	$\frac{1}{2}$	0	0		$\frac{1}{2}$	4

Тогда автоматически заполняются результаты Борисова и Андреева:

№	Участник	1	2	3	4	Сумма	Место
1	*Андреев*		1	1	$\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	1
2	*Борисов*	0		1	1	2	2
3	*Власов*	0	0		1	1	3
4	*Гордеев*	$\frac{1}{2}$	0	0		$\frac{1}{2}$	4

Ответ: Андреев выиграл остальные две партии, Борисов выиграл у Власова и Гордеева, Власов выиграл у Гордеева.

Задача 161. *Сколько оборотов сделает зубчатое колесо с 16 зубцами, если сцепленное с ним колесо с 40 зубцами сделает 32 оборота?*



За полный оборот большого колеса через точку сцепления A пройдет 40 зубцов, а за 32 его оборота — $40 \cdot 32 = 1280$ зубцов. Но это значит, что малое колесо сделает $1280 : 16$ оборотов.

Ответ: 80 оборотов.

Задача 162. *Поезд длиной 750 м шел по мосту 2 мин. Какова скорость поезда, если длина моста 1 км?*

Паровоз продвинулся за 2 минуты на 1750 м. Разделив этот путь на время движения, получим скорость.

Ответ: 875 м/мин.

Задача 163. *В этом примере пропущены два одинаковых числа. Какое число пропущено?*

$$(385 - \_\_\_\_ + 8) \cdot (\_\_\_\_ : 385 + 9).$$

В первой скобке пропущенное число должно быть не больше 385, а во второй скобке — не меньше 385.

Ответ: 385.

Задача 164. *Коля ездит из дома в школу на трамвае. От дома до школы ходят трамваи двух маршрутов: № 1 и № 2. Каждый из них приходит на остановку около дома Коли через каждые 4 минуты. Оказалось, что Коля гораздо чаще попадает на трамвай № 1, чем на № 2. Почему это возможно?*

Это может быть, если разрыв между прибытием трамваев на остановку не одинаков.

Например, представим себе такое расписание

Время прибытия	Маршрут
8.00	№ 1
8.01	№ 2
8.04	№ 1
8.05	№ 2
8.08	№ 1

При таком расписании Коля будет чаще попадать на трамвай № 1.

Задача 165. *Поезд длиной 750 м обгоняет поезд длиной 1 км за 10 мин. Какова скорость короткого поезда, если скорость длинного 60 км/час?*

За 10 минут произошло следующее. Паровоз короткого поезда проехал мимо длинного поезда, а затем весь короткий поезд проехал мимо паровоза длинного поезда, то есть паровоз короткого поезда проехал суммарную длину обоих поездов со скоростью, равной разности скоростей этих поездов. Поэтому можно вначале найти суммарную длину обоих поездов, затем разделить ее на время (на 10 минут), а затем к полученной скорости прибавить скорость второго поезда.

Ответ: 70500 м/ч или 70,5 км/ч.

Задача 166. *У Васи по математике вдвое больше пятерок, чем четверок. Сколько у него четверок и пятерок, если всего их 9?*

Ответ: 3 четверки и 6 пятерок.

Задача 167. *Поезд длиной 750 м проходит мимо такого же встречного поезда за 1 мин. Какова скорость первого поезда, если скорость второго 60 км/час?*

За 1 минуту происходит следующее. Паровоз первого поезда проезжает мимо второго поезда, а затем весь первый поезд проезжает мимо паровоза второго поезда, то есть паровоз первого поезда проезжает суммарную длину обоих поездов со скоростью, равной разности скоростей этих поездов. Поэтому можно вначале найти суммарную длину обоих поездов (1500 м), затем разделить ее на время (на 1 минуту), а затем от полученной скорости 1500 м/мин отнять скорость второго поезда (60 км/час, или 1000 м/мин).

Ответ: 500 м/мин.

Задача 168. *В этом примере пропущены два одинаковых числа. Какое число пропущено?*

$(742 : \_\_\_\_ + 17) \cdot (\_\_\_\_ - 742 + 6)$.

В первой скобке пропущенное число должно быть не больше 742, а во второй скобке – не меньше 742.

Ответ: 742.

Задача 169. *На острове живут правдивые и лжецы. Как одним вопросом у первого встреченного островитянина узнать, ведет ли данная дорога в город?*

Ответ: Вопрос: «Что бы Вы мне ответили, если бы я спросил Вас, ведет ли эта дорога в город?»

Задача 170. *В турнире играли 6 шахматистов, по одной партии каждый с каждым. Андреев набрал 4 очка и занял I место, Бунин занял 2 место, Воронов и Гусев разделили 3–4 место, Дымов занял*

5 место, а Егоров, занявший 6-е место, выиграл у Гусева. 5 партий турнира закончились вничью, причем Бунин сыграл вничью только один раз. Восстановить результаты всех партий.

Это задача с длинным решением. Ее можно предложить лишь немногим школьникам. Тем не менее некоторым из них она может оказаться интересной. Построим турнирную таблицу:

№	Участник	1	2	3	4	5	6	Сумма	Место
1	*Андреев*							4	1
2	*Бунин*								2
3	*Воронов*								3-4
4	*Гусев*						0		3-4
5	*Дымов*								5
6	*Егоров*				1				6

Всего в турнире сыграно $6 \cdot 5 : 2 = 15$ партий, значит, всеми игроками набрано 15 очков. Так как Андреев, занявший 1 место, имеет 4 очка, то остальные игроки могли набрать следующее число очков:

Бунин не более 3,5, Воронов и Гусев не более, чем по 3, Дымов не более 2,5, Егоров не более 2. Но именно такого числа очков они набрать не могли, так как $4 + 3{,}5 + 3 + 3 + 2{,}5 + 2 = 18$, что на 3 очка больше, чем было. Займемся Егоровым. Мог ли он, кроме выигрыша у Гусева, набрать еще хоть пол-очка? Если это так, то у него не менее 1,5 очков, у Дымова не менее 2, у Гусева и Воронова не менее, чем по 2,5, у Бунина не менее 3, и в сумме — не менее 15,5 очков, что невозможно. Итак, Егоров все остальные партии проиграл:

№	Участник	1	2	3	4	5	6	Сумма	Место
1	*Андреев*						1		1
2	*Бунин*						1		2
3	*Воронов*						1		3-4
4	*Гусев*						0		3-4
5	*Дымов*						1		5
6	*Егоров*	0	0	0	1	0		1	6

Теперь займемся Буниным. Известно, что он сыграл только одну партию вничью, то есть набрал не целое число очков: либо 3,5, либо 2,5 (не 1,5, так как тогда он сосед Егорова). Если Бунин набрал 2,5 очка, то Воронов и Гусев набрали по 2 очка, а Дымов 1,5 очка. В сумме получается 12 очков, что недостаточно. Значит, Бунин набрал 3,5 очка:

№	Участник	1	2	3	4	5	6	Сумма	Место
1	*Андреев*						1	4	1
2	*Бунин*						1	3,5	2
3	*Воронов*						1		3-4
4	*Гусев*						0		3-4
5	*Дымов*						1		5
6	*Егоров*	0	0	0	1	0		1	6

Заметим теперь, что сумма очков — число целое, а так как Воронов и Гусев вместе набрали целое число очков (у них поровну), то Дымов набрал не целое число очков. Это может быть либо 1,5, либо 2,5 очка. Если 1,5, то Воронов и Гусев набрали по 2,5 очка. А если у Дымова 2,5 очка, то Воронову и Гусеву остается одно очко на двоих, что невозможно. Итак, имеем:

№	Участник	1	2	3	4	5	6	Сумма	Место
1	*Андреев*						1	4	1
2	*Бунин*						1	3,5	2
3	*Воронов*						1	2,5	3-4
4	*Гусев*						0	2,5	3-4
5	*Дымов*						1	1,5	5
6	*Егоров*	0	0	0	1	0		1	6

Осталось понять, как закончились партии. Обратим внимание на то, что, по условию, Бунин сыграл вничью только один раз, а из таблицы теперь видно, что и Дымов сыграл вничью только один раз, а остальные партии проиграл. Кроме того, известно, что вничью окончилось 5 партий в турнире. Если Бунин сыграл вничью с Дымовым, то остальных ничейных партий четыре. Рассмотрим этот случай.

№	Участник	1	2	3	4	5	6	Сумма	Место
1	*Андреев*					1	1	4	1
2	*Бунин*					$\frac{1}{2}$	1	3,5	2
3	*Воронов*					1	1	2,5	3-4
4	*Гусев*					1	0	2,5	3-4
5	*Дымов*	0	$\frac{1}{2}$	0	0		1	1,5	5
6	*Егоров*	0	0	0	1	0		1	6

Воронов сыграл еще раз вничью, а остальные партии проиграл. Он не мог сыграть вничью с Буниным, так как Бунин сыграл вничью всего одну партию. Значит, Бунину Воронов проиграл:

№	Участник	1	2	3	4	5	6	Сумма	Место
1	*Андреев*					1	1	4	1
2	*Бунин*			1		$\frac{1}{2}$	1	3,5	2
3	*Воронов*		0			1	1	2,5	3-4
4	*Гусев*					1	0	2,5	3-4
5	*Дымов*	0	$\frac{1}{2}$	0	0		1	1,5	5
6	*Егоров*	0	0	0	1	0		1	6

Осталось установить результаты пяти партий, из которых 4 — ничьи, и только одна результативная. Ясно, что это — выигрыш Андреева, так как если бы он ни одной партии больше не выиграл, то не набрал бы 4 очка. Итак, все партии, в которых не участвует Андреев,— ничейные:

№	Участник	1	2	3	4	5	6	Сумма	Место
1	*Андреев*					1	1	4	1
2	*Бунин*			1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	3,5	2
3	*Воронов*		0		$\frac{1}{2}$	1	1	2,5	3-4
4	*Гусев*		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$		1	0	2,5	3-4
5	*Дымов*	0	$\frac{1}{2}$	0	0		1	1,5	5
6	*Егоров*	0	0	0	1	0		1	6

Теперь ясно все. Заполняем результаты Бунина, Воронова и Гусева.

Задача 171. *Андрей, Борис, Вадим и Геннадий заняли первые четыре места в соревновании по перетягиванию каната. На вопрос корреспондента, какое место занял каждый из них, было получено три ответа:*

1) Андрей — первый, Борис — второй,
2) Андрей — второй, Геннадий — третий,
3) Вадим — второй, Геннадий — четвертый.

В каждом из этих ответов одна часть правдива, а вторая ложна. Кто занял какое место?

Приходится анализировать варианты. Это можно делать по-разному. Можно выяснить, возможно ли, чтобы в первом ответе первая часть была правдой, а вторая ложью, и так далее. Однако, удобнее проверить, возможно ли, чтобы тот или иной мальчик занял то или иное место. Чаще всего в ответах упоминаются Андрей и Геннадий. С любого из них и нужно начать. Начнем, например, с Андрея. Именно рассмотрим, мог ли Андрей занять первое место, мог ли второе, мог ли третье, мог ли четвертое.

Пусть Андрей занял первое место. Тогда в первом ответе первая часть — правда, а значит, вторая часть — неправда, то есть Борис — не второй (но и не первый, так как первый — Андрей), а третий или четвертый. Во втором ответе первая часть — неправда, так как Андрей — не второй, а первый. Значит, во втором ответе вторая часть — правда, откуда получается, что Геннадий — третий. Поэтому Борис — не третий, а четвертый, и мы получаем такое распределение:

Андрей — первый, Вадим — второй, Геннадий — третий, Борис — четвертый. Осталось с этой точки зрения просмотреть третий ответ. «Вадим — второй» — правда, «Геннадий — четвертый» — неправда. Все сходится.

Но, быть может, Андрей мог быть и вторым? Нет, так как тогда первый ответ был бы полностью ложным.

Не мог быть Андрей и третьим, так как тогда полностью ложен второй ответ.

Не мог быть Андрей и четвертым, что доказать несколько труднее — нужно сопоставлять разные ответы. Из первого следует, что Борис — второй, из второго — что Геннадий — третий, но тогда полностью лжив третий ответ.

Ответ: Андрей — первый, Вадим — второй, Геннадий — третий, Борис — четвертый.

Задача 172. *Какой цифрой оканчивается выражение $23 \cdot 24 \cdot 25 + 321321 : 13$?*

Первое слагаемое оканчивается нулем, а второе семеркой.

Ответ: 7.

Задача 173. *Доказать, что число людей, сделавших нечетное число рукопожатий, не может быть нечетным.*

Общее число рукопожатий, сделанных всеми людьми, четно. И если бы сделавших нечетное число рукопожатий было нечетно, то это правило было бы нарушено. Полезно пригласить к доске трех человек и попросить их несколько раз пожать друг другу руки. Выясняется, что при каждом рукопожатии число рукопожатий, сделанных каждым, увеличивается на 2, так что оно всегда четно.

Задача 174. *В краже дырки от бублика подозреваются четверо: А, Б, В и Г. На допросе они сказали:*

А. Это сделал Б.

Б. Это сделал Г.

В. Это сделал не я.

Г. Б лжет, что это сделал я.

Правду сказал только один из них. Кто совершил кражу?

Нужно несколько упростить заявление *Г* и составить таблицу их заявлений:

Заявитель	Заявление
А	Это *Б*
Б	Это *Г*
В	Это не *В*
Г	Это не *Г*

А теперь посмотрим, сколько ответов окажутся правдивыми и сколько ложными в каждом из возможных случаев.

Случай первый. Кражу совершил *А*. Тогда заявления *А* и *Б* ложны, а заявления *В* и *Г* правдивы, что не согласуется с условием «правду сказал только один».

Случай второй. Кражу совершил *Б*. Тогда заявления *А*, *В* и *Г* правдивы, что не согласуется с условием «правду сказал только один».

Случай третий. Кражу совершил *В*. Тогда заявления *А*, *Б* и *В* ложны, а заявление Г правдиво, что согласуется с условием «правду сказал только один».

Случай четвертый. Кражу совершил *Г*. Тогда заявления *А* и *Г* ложны, а заявления *Б* и *В* правдивы, что не согласуется с условием «правду сказал только один».

Ответ: Кражу совершил *В*.

Задача 175. *Пусть запись $a \oplus b$ обозначает наибольшее из чисел $2a$ и $a + b$. Решите уравнение $x \oplus 3 = 5 \oplus x$.*

Это — очень трудная задача, рассчитанная на детей особо одаренных или особо развитых математически. Запись $x \oplus 3$ может обозначать либо $2x$ (если $x \geq 3$), либо $x + 3$ (если $x \leq 3$). Запись $5 \oplus x$ — либо 10 (если $x \leq 5$), либо $5 + x$ (если $x \geq 5$). Поэтому наше уравнение выглядит так: $2x = 10$ (если $3 \leq x \leq 5$), либо $x + 3 = 10$ (если $x \leq 3$), либо $2x = 5 + x$ (если $x \geq 5$).

Первое уравнение дает ответ 5, отвечающий условию $3 \leq x \leq 5$, второе — ответ 7, не отвечающий условию $x \leq 3$, третье — ответ 5, отвечающий условию $x \geq 5$.

Ответ: $x = 5$.

Задача 176. *Пусть запись $a\$b$ обозначает наименьшее из чисел $a + b$ и $2b$. Решите уравнение $x\$3 = 5\$x$.*

Эту задачу нужно дать непосредственно за предыдущей тем детям, которые предыдущей задачей заинтересовались. Запись $x\$3$ обозначает то же, что и запись $x \oplus 3$ в предыдущей задаче. Поэтому и решение и ответ в этой задаче те же.

Ответ: $x = 5$.

Использованная и рекомендуемая литература

Среди задач, вошедших в этот сборник, безусловно, имеются придуманные автором. Однако, многие задачи взяты из других источников, а иногда и просто из так называемого математического фольклора. Впрочем, возьмите любой из источников, приведенных ниже. Почти в каждом есть задача про волка, козу и капусту, а вот кто автор этой задачи, по-моему, этого не знает никто. Есть задачи с известным авторством, а есть с неизвестным. Поэтому публикация нижеприведенного списка имеет единственную цель — призвать учителей начальной школы читать и другие книги с нестандартными задачами.

1. Перельман Я.И. Живая математика. Любое издание.
2. Перельман Я.И. Занимательная арифметика. Любое издание.
3. Кордемский Б.А. Математическая смекалка. М.: ГИТТЛ, 1955.
4. Германович П.Ю. Сборник задач по математике на сообразительность. М.: Учпедгиз, 1960.
5. Кордемский Б.А., Ахадов А.А. Удивительный мир чисел, М.: Просвещение, 1986.
6. Аменицкий Н.Н., Сахаров И.П. Забавная арифметика. М.: Наука, 1992.
7. Баврин И.И., Фрибус Е.А. Старинные задачи. М.: Просвещение, 1994.

Для детей старше шести лет.
В соответствии с Федеральным законом
от 29 декабря 2010 г. № 436-ФЗ.

Учебное издание

Левитас Герман Григорьевич

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В ЧЕТВЕРТОМ КЛАССЕ

Ответственный редактор *Л.Н. Шатунова*

Подписано в печать 04.07.2016. Формат 60×88/16.
Усл.-печ. л. 4,5. Тираж 2000 экз. Заказ2767.

ООО «Илекса», 107023, г. Москва, ул. Буженинова, д. 30, стр. 4,
сайт: www.ilexa.ru, E-mail: real@ilexa.ru,
телефон: 8(495) 964-35-67

Отпечатано в ООО «Типография «Миттель Пресс».
г. Москва, ул. Руставели, д. 14, стр. 6.
Тел./факс +7 (495) 619-08-30, 647-01-89.
E-mail: mittelpress@mail.ru